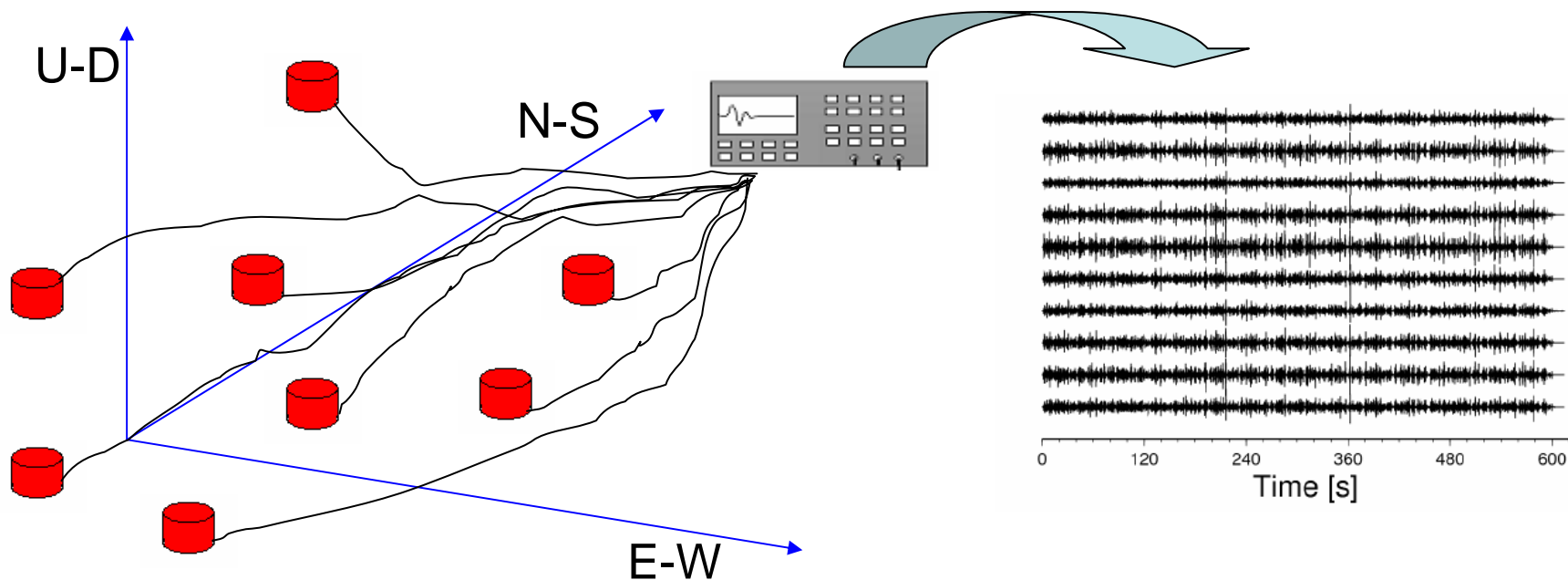




Una antenna sismica è costituita da un insieme di sensori sismici **sincronizzati** distribuiti sulla superficie del terreno con **geometrie variabili**

Le informazioni relative alle caratteristiche del sottosuolo vengono ottenute a partire da una **analisi di correlazione** fra i segnali registrati dai diversi sensori **alle diverse frequenze**





Obiettivo primario di questa analisi è la caratterizzazione delle modalità di propagazione dei **fonti d'onda** che attraversano l'antenna sismica (array) durante l'intervallo di misura

L'espressione più semplice per descrivere un fronte d'onda **piano** che si muove in una direzione può essere ricavato dalla forma elementare della funzione coseno

Supponiamo di avere due punti di osservazione (1 e 2) che vedono transitare un'onda cosinusoidale

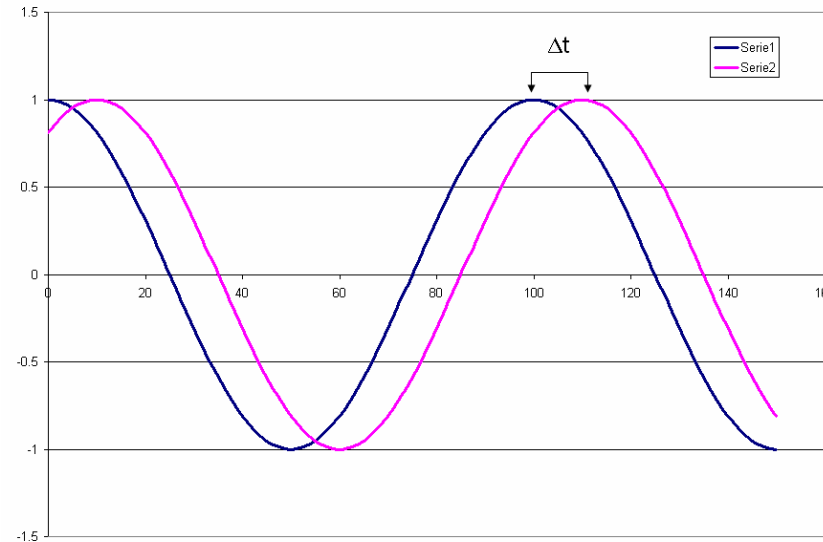
La prima sarà descritta come

$$D_1(t) = A \cos(2\pi\nu t)$$

La seconda avrà la forma

$$D_2(t) = A \cos(2\pi\nu(t - \Delta t)) = A \cos(2\pi\nu t - 2\pi\nu\Delta t)$$

In pratica, la seconda è uguale alla prima a meno di un ritardo Δt



Se immaginiamo che l'onda si propaghi ad una velocità V (detta **velocità di fase**), il tempo di ritardo fra le due registrazioni dipenderà dalla distanza r fra i due ricevitori e quindi

$$D_2(t) = A \cos\left(2\pi\nu t - 2\pi\nu \frac{r}{V}\right) = A \cos(2\pi\nu t - \phi)$$

Differenza di Fase



In generale, si avrà quindi che la forma registrata dipenderà dalla distanza r dal primo ricevitore

$$D(t, r) = A \cos\left(2\pi\nu t - \frac{2\pi\nu}{V} r\right) = A \cos(2\pi\nu t - kr)$$

In questa forma, k è detto **numero d'onda** e svolge le stesse funzioni della **frequenza** ma in funzione della **posizione** invece che nel **tempo**

$$\begin{array}{l} \text{Periodo} \\ \boxed{T} = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} \\ \\ \boxed{V} = \lambda\nu \\ \text{Velocità di fase} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Frequenza} \\ \boxed{k} = \frac{2\pi\nu}{V} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{V} = \omega u \\ \text{Numero} \\ \text{d'onda} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Lunghezza} \\ \text{d'onda} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{"Slowness"} \\ \text{(lentezza) } 1/\nu \end{array}$$



Quindi, per caratterizzare le velocità di propagazione delle onde piane presenti, bisogna studiare le **differenze di fase** fra le registrazioni ottenute alla diverse stazioni

$$D(t, r) = A \cos(2\pi\nu t - kr)$$

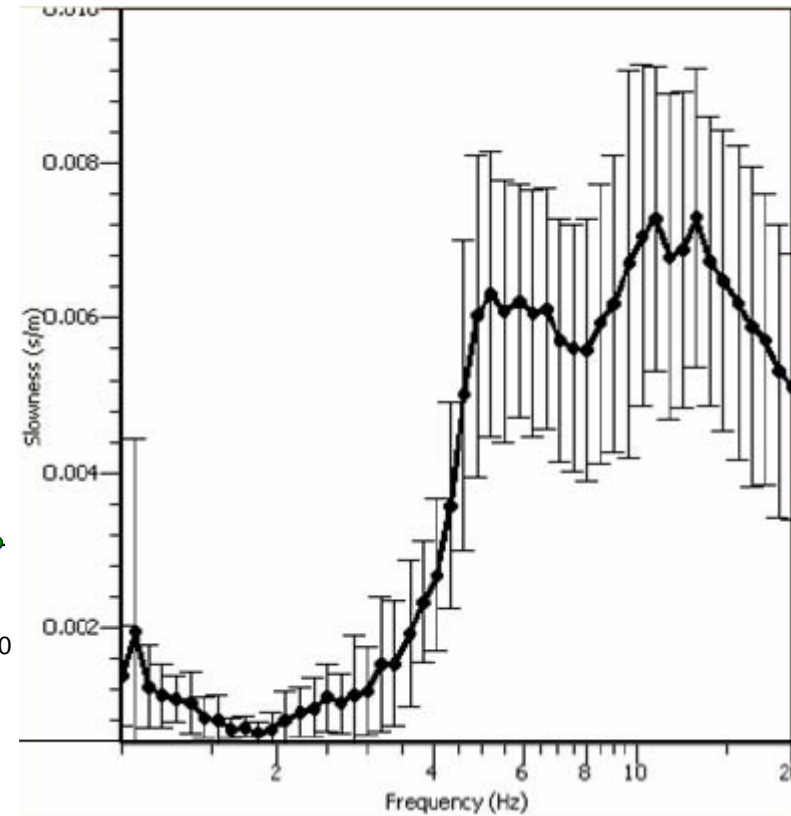
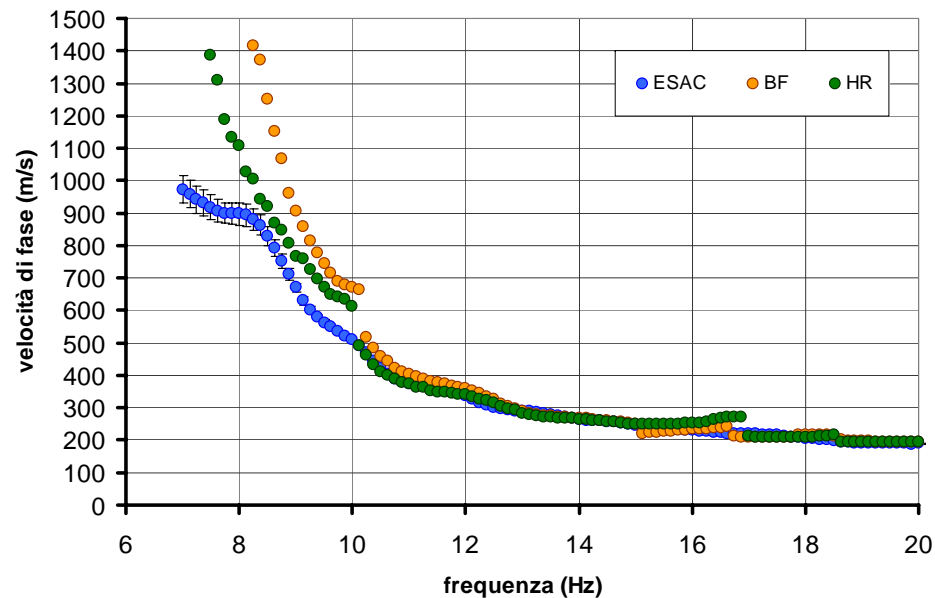
Può essere vista come la “fase” dell’onda

Immaginiamo il campo d’onde misurato come la **combinazione lineare** di fronti d’onda piani ciascuno caratterizzato da una **frequenza di vibrazione** e da una diversa **velocità di fase**

Le informazioni relative alle differenze di fase osservate per ciascuna frequenza di vibrazione nei diversi punti di misura è contenuta nella cosiddetta **matrice cross-spettrale** o, alternativamente, dalla matrice di **cross-correlazione**.



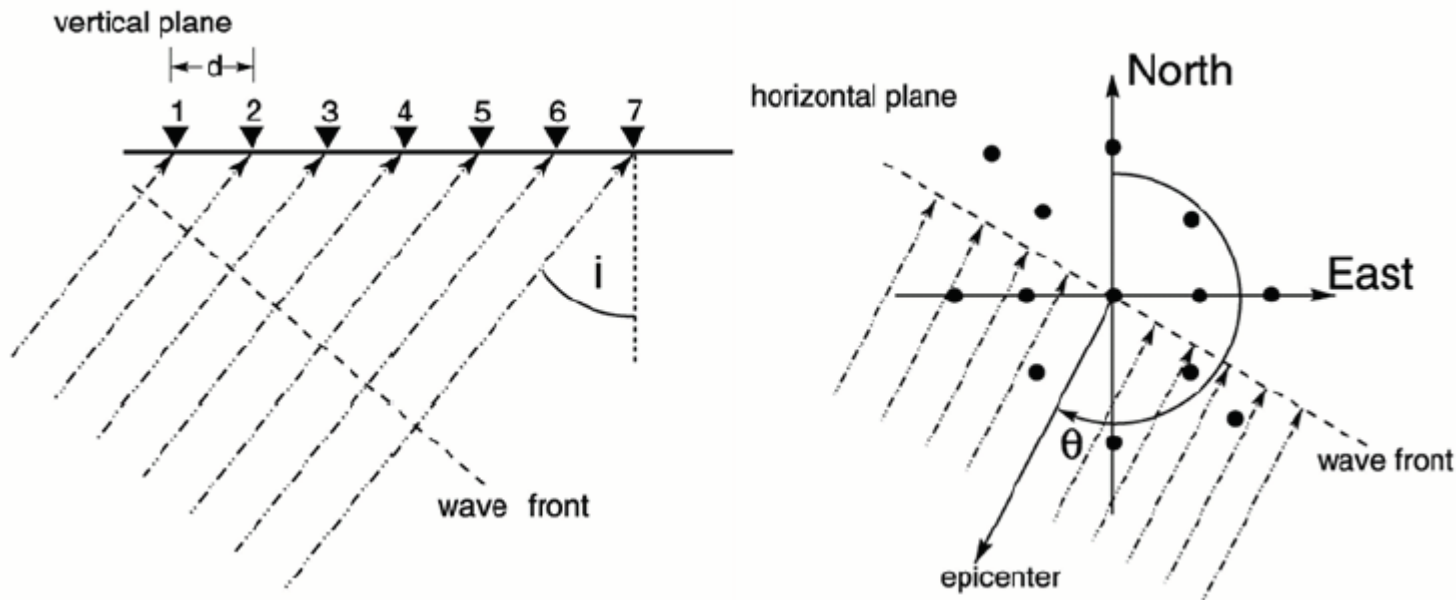
L'esito di queste misure è la ricostruzione dell'andamento dei valori della velocità di fase (o della lentezza) in funzione della frequenza (curva di dispersione)





Il numero d'onda contiene le informazioni sulle modalità di propagazione del fronte d'onda nello spazio: direzione e velocità di fase **apparenti** (sempre maggiori o uguali alle velocità reali v_0)

$$D(t, r) = A \cos(\omega t - \omega \vec{u} r)$$



*Lentezza
apparente*

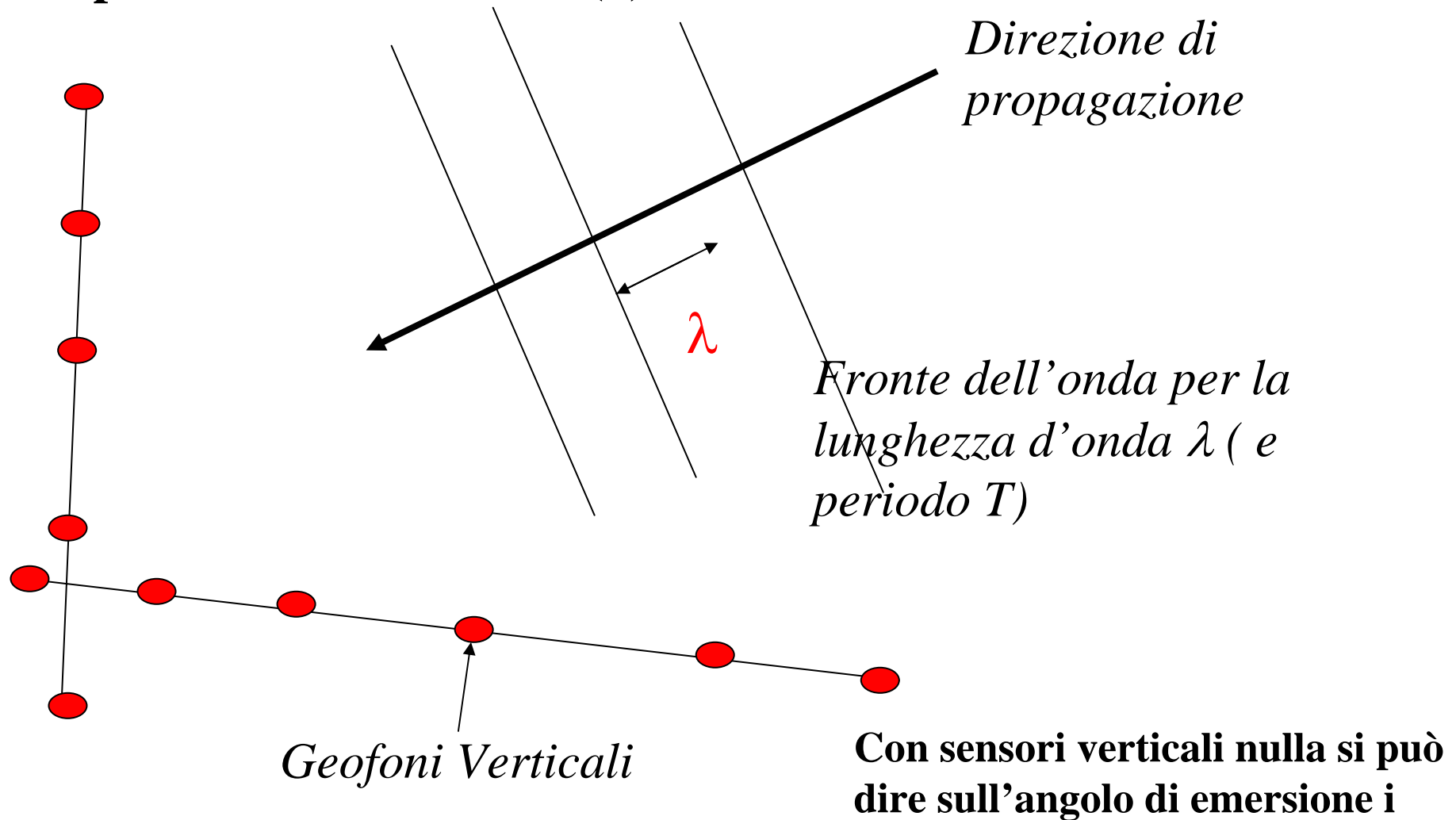
$$\vec{u} = \frac{1}{v_0} (\sin(i) \sin(\theta), \sin(i) \cos(\theta), \cos(i))$$

$$\vec{u} = u_{hor} (\sin(\theta), \cos(\theta), \frac{1}{\tan(i)})$$

$$|\vec{u}_{hor}| = \frac{1}{v_{app}} = \frac{\sin(i)}{v_0}$$



Esaminando le differenze di fase su una distribuzione di sensori non allineati è possibile identificare la direzione di provenienza dell'onda (θ)





Anche restringiamo l'analisi ai soli fronti d'onda che si propagano sul piano orizzontale (in realtà per una diagnosi efficace sarebbero necessarie registrazioni su antenne costituite da sensori tri-direzionali), rimangono aperti tre problemi essenziali

Quanto bene conosciamo la matrice cross spettrale?

Qual è il campo di frequenze esplorato?

Quanto accurate sono le stime delle velocità di fase?



Quanto bene conosciamo la matrice cross-spettrale? Qual è il campo di velocità esplorabile?

La qualità della matrice cross-spettrale dipende dalle modalità di campionamento nel tempo (frequenza di campionamento, durata delle registrazioni) e nello spazio (posizioni relativa dei sensori)

Queste pongono dei limiti alle **frequenze effettivamente campionabili** e alle **lunghezze d'onda caratterizzabili in modo affidabile**

In **termini temporali** (campo di frequenze esplorate) contano due parametri: il tempo totale della registrazione (T) e la frequenza di campionamento (ν_c).

La **minima frequenza distinguibile** è pari a $1/T$ che è anche la **risoluzione** in frequenza della matrice **cross spettrale**

La **massima frequenza osservabile** è pari a $1/2 \nu_c$

Lunghi intervalli di misura (T) permettono anche un buon campionamento statistico delle caratteristiche medie del campo di rumore



In **termini spaziali** (campo di numeri d'onda esplorato in una data direzione) contano due parametri: la massima dimensione dell'antenna (D_{max}) e la minima distanza inter-geofonica (D_{min}).

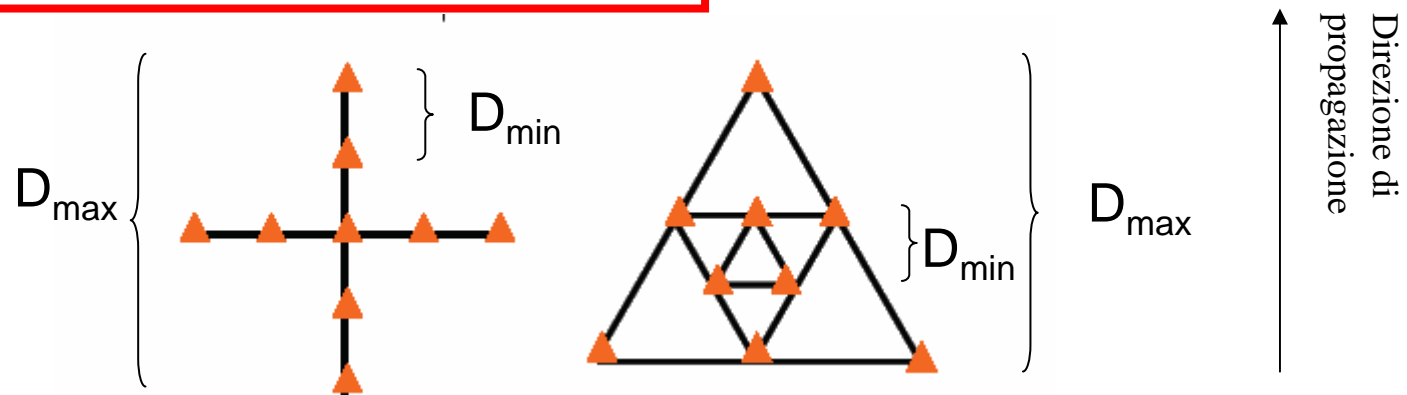
$$\Delta k = 2\pi / ((N - 1)d_{min}) = 2\pi / D_{max}$$

In pratica definisce la minima differenza di lunghezza d'onda distinguibile ad una data frequenza e quindi la minima differenza di velocità apprezzabile $\delta V = V^2 / (v D_{max})$ che dipende quindi dalla velocità di fase V

La minima lunghezza d'onda apprezzabile (λ_{min}) sarà almeno $2D_{min}$

La massima lunghezza d'onda apprezzabile (λ_{max}) sarà circa $3D_{max}$

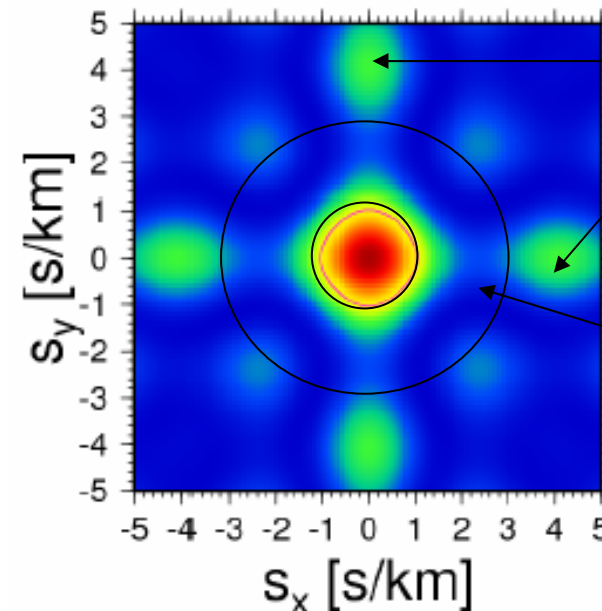
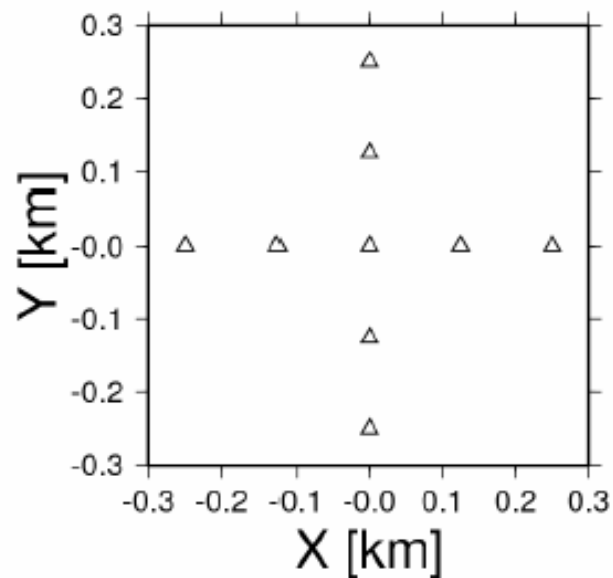
In termini di velocità $3D_{max} v > V > 2D_{min} v$





In realtà conta anche il numero dei sensori e la loro distribuzione spaziale

Quest'ultimo effetto viene espresso dalla cosiddetta **funzione di risposta** dell'antenna in termini di valori di numero d'onda S (al posto di k) osservabili nelle diverse direzioni senza distorsioni (aliasing)



Fenomeni di aliasing spaziale

Dominio ottimale ($<k_{\max}$ e $>k_{\min}$)

Esistono quindi dei limiti alla individuazione delle velocità di fase per una determinata configurazione, limiti che dipendono dalla direzione



A questo punto ci si pone il problema di determinare le velocità di fase dei treni d'onda a partire dalla matrice cross-spettrale

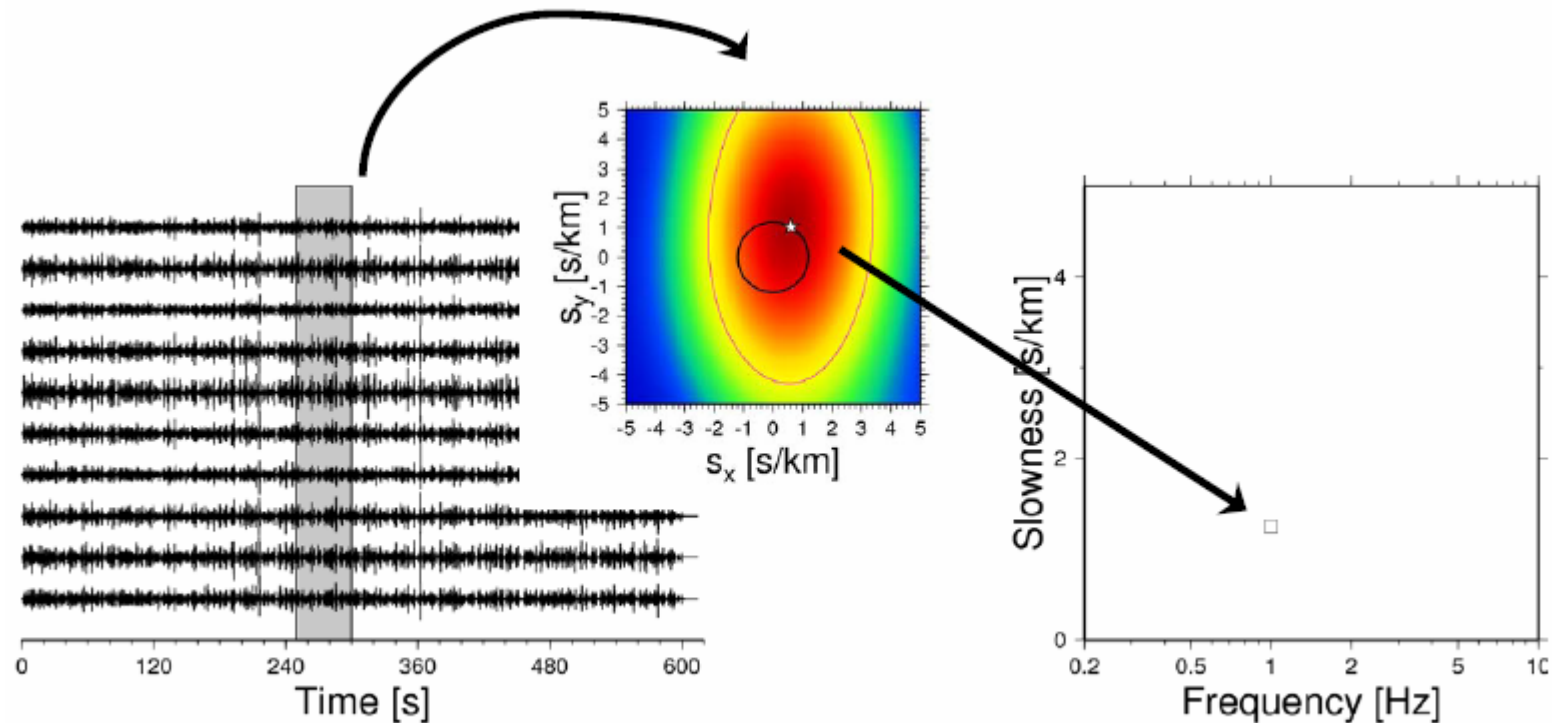
Il problema principale in questo contesto è separare le fasi di onde piane coerenti che attraversa l'antenna, dalle fasi non coerenti (onde non piane o rumore casuale)

Esistono due tecniche fondamentali che si basano su due modelli del campo d'onde del rumore sismico

- 1. Procedure f - k (beam-forming, massima verosimiglianza, MUSIC) ecc. utili in presenza di onde piane generate da un insieme ridotto di sorgenti*
- 2. Procedure basate sull'autocorrelazione spaziale (ESAC, MESAC, SPAC) sono utili quando il rumore è generato da una distribuzione uniforme di sorgenti (ovvero non esistono sorgenti dominanti)**



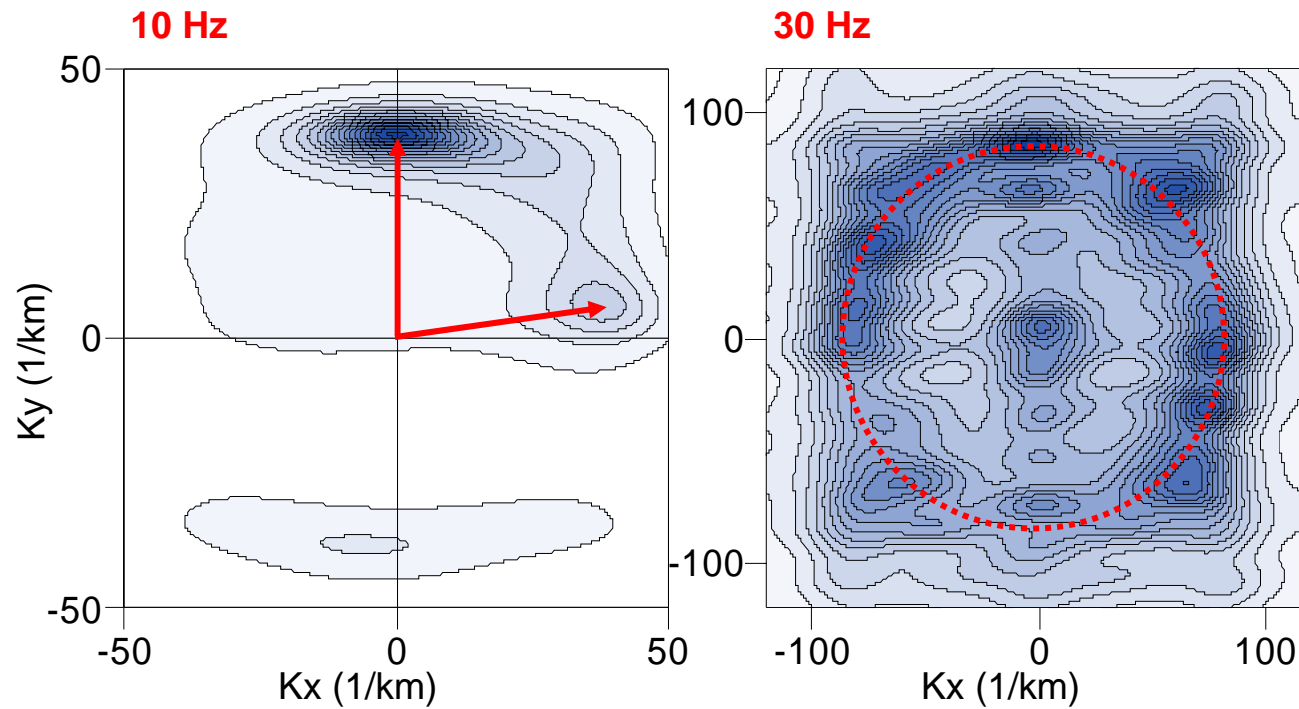
Le procedure f-K sono assai più raffinate e permettono di determinare contemporaneamente le direzioni di provenienza dei fronti d'onda che in un dato intervallo di tempo hanno attraversato lo stendimento e la loro velocità di fase in funzione della frequenza



Il problema è che richiedono una serie di scelte dell'operatore che condizionano fortemente l'esito della misura



È possibile studiare la direzionalità del rumore e valutare la velocità di fase alle diverse frequenze

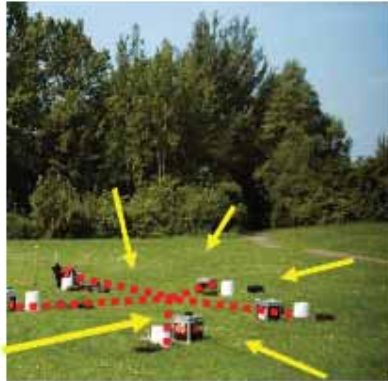


Poche sorgenti

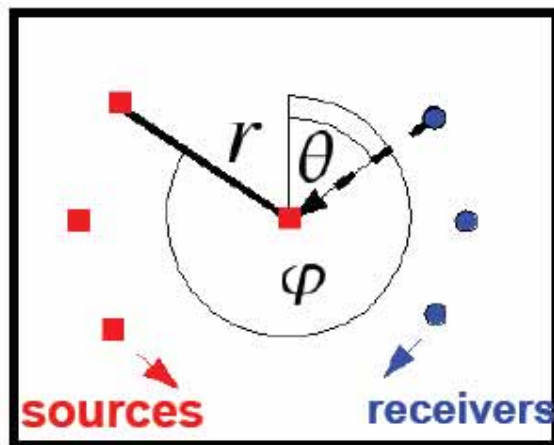
Molte sorgenti



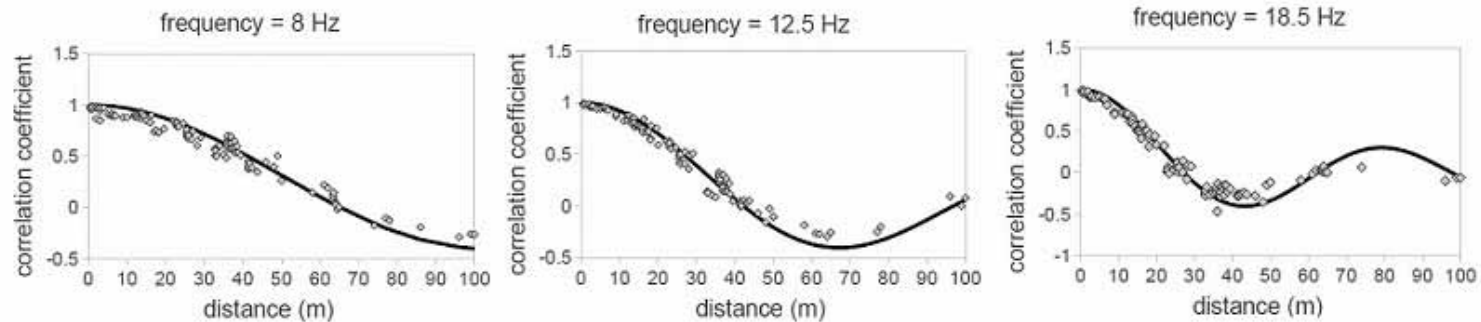
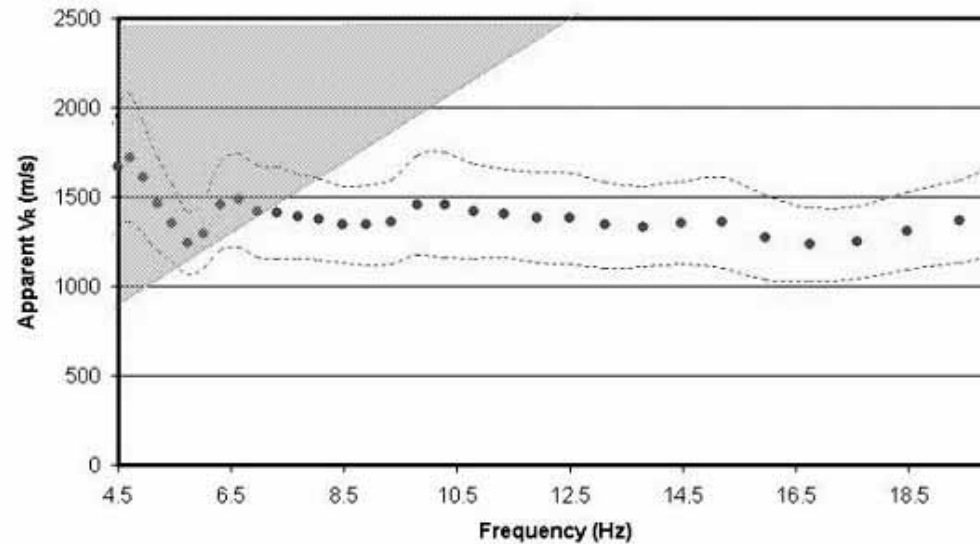
Le procedure ESAC sono basate sul un risultato di Aki (1959) secondo il quale la funzione di correlazione media fra le registrazioni di un rumore isotropo effettuate su sensori verticali distribuiti nelle diverse direzioni a parità distanza r da un sensore centrale. ha una forma nota (Funzione di Bessel di ordine 0)



$$\overline{\rho}(r, \omega_0) = J_0\left(\frac{\omega_0 r}{c(\omega_0)}\right)$$



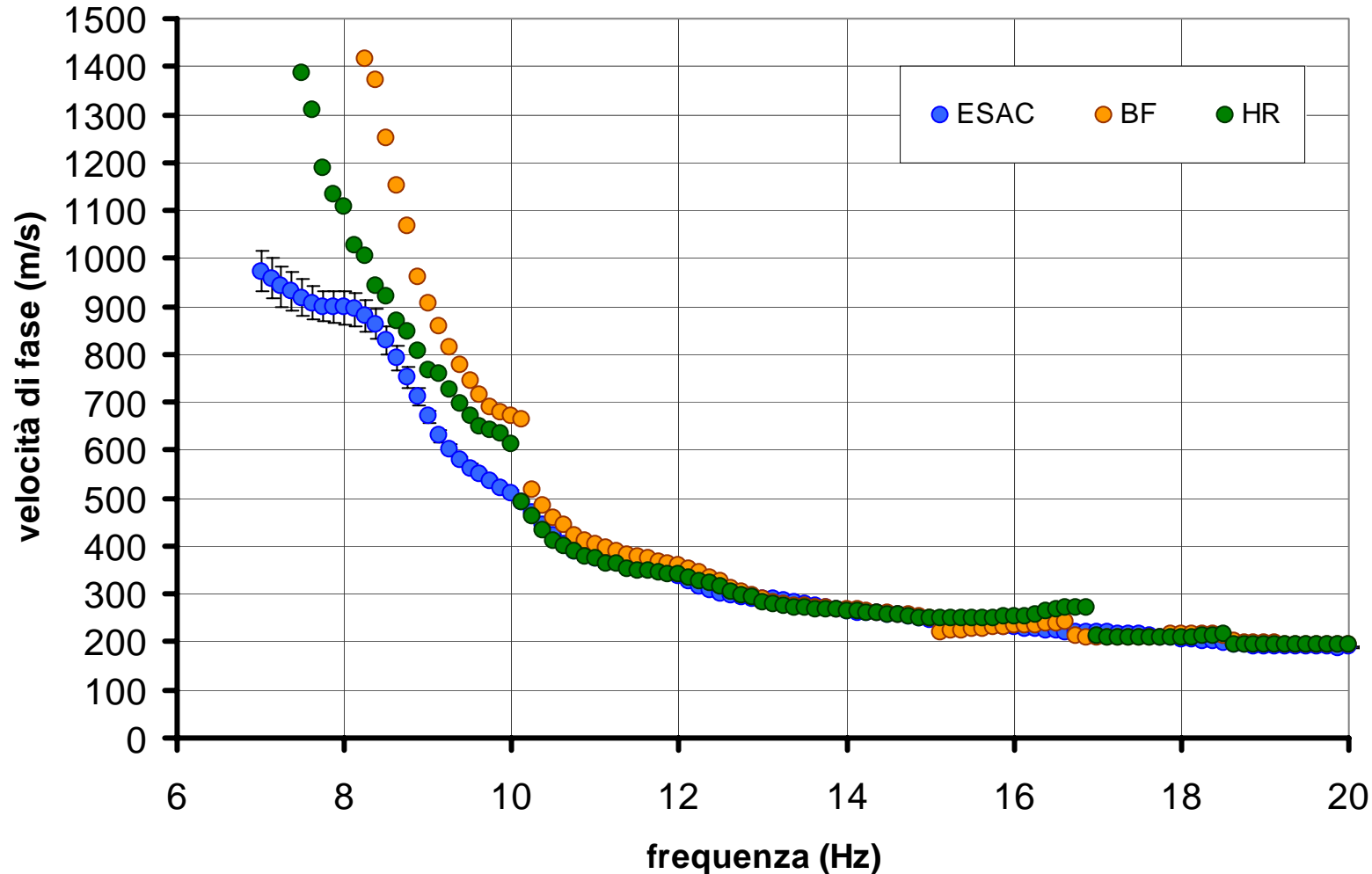
La forma di questa funzione di Bessel ad una data frequenza ed una data distanza r è controllata dal valore della velocità di fase



Si tratta di un metodo “robusto” grazie alla regolarizzazione imposta dalla applicazione della funzione di Bessel, ma rischia di fornire risultati errati in presenza di una sorgente dominante e quando la misura è effettuata con stendimenti lineari



In condizioni ottimali, i due approcci dovrebbero fornire curve di dispersione analoghe

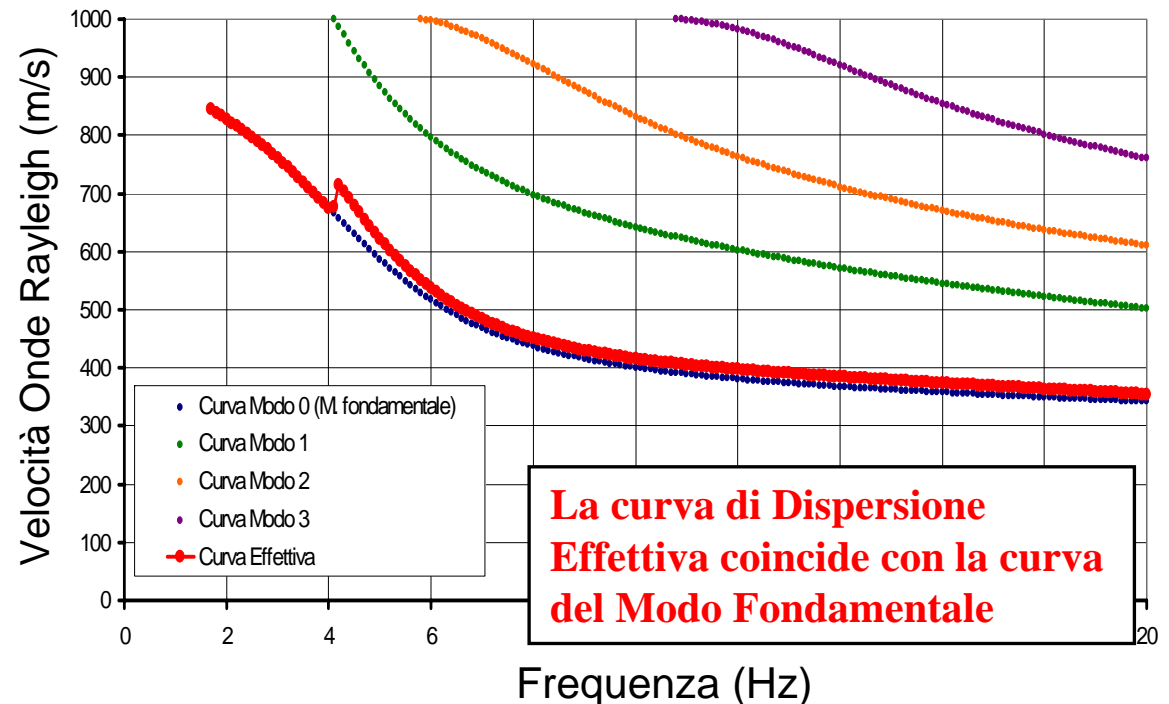
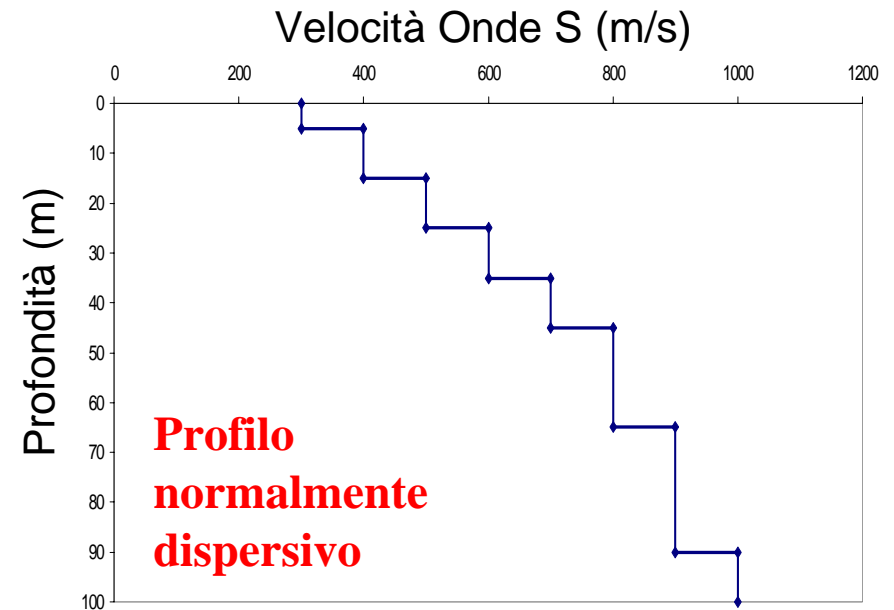


Se si utilizzano sensori verticali, le velocità di fase corrisponderanno a Onde di Rayleigh. Utilizzando sensori orizzontali è possibile analizzare le onde di Love



In realtà, il metodo ESAC consente di definire la cosiddetta **curva di dispersione effettiva** che rappresenta una combinazione delle diverse curve modali “pesate” in base al loro specifico contenuto energetico nel sito

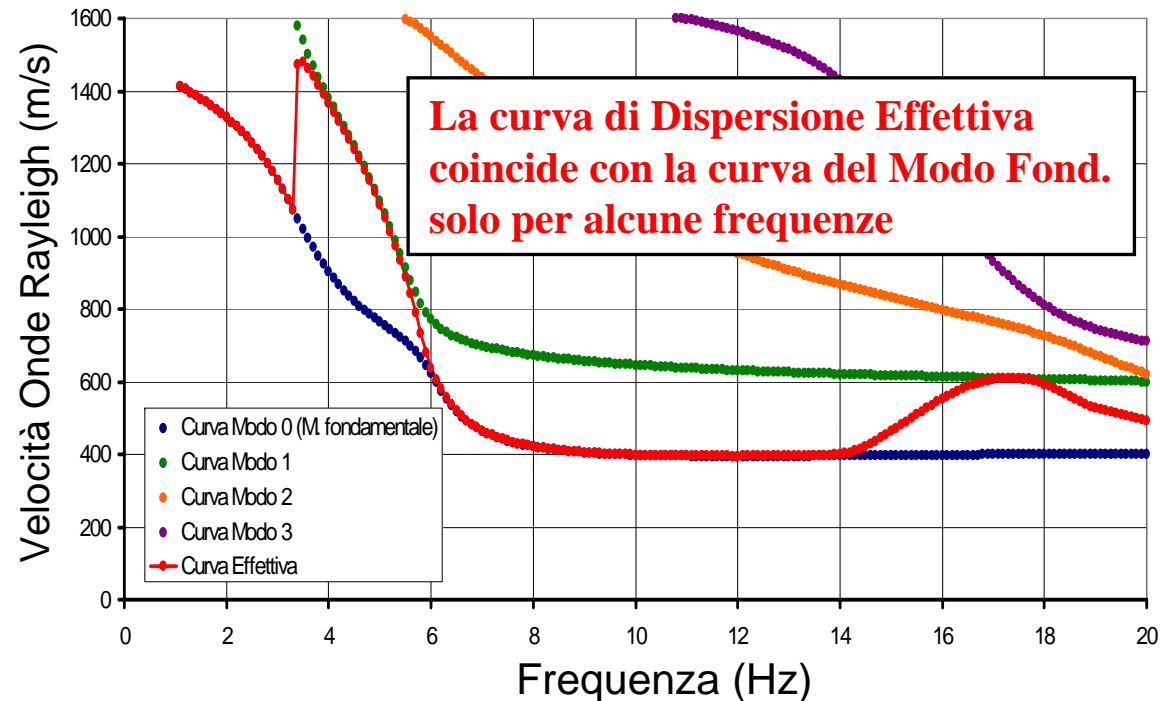
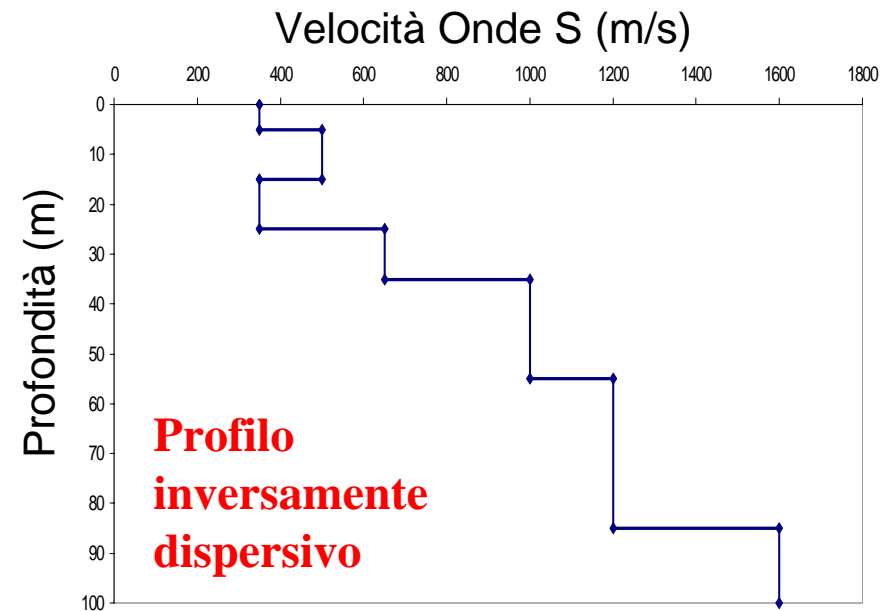
Nel caso di profili normalmente dispersivi la curva di dispersione effettiva coincide con la curva relativa al modo fondamentale (quello in questo caso più energetico)





In altri casi, per esempio in presenza di inversioni di velocità o di forti contrasti di impedenza sismica, la **curva di dispersione effettiva** risulta frutto di una combinazione dei diversi modi in funzione della relativa energia

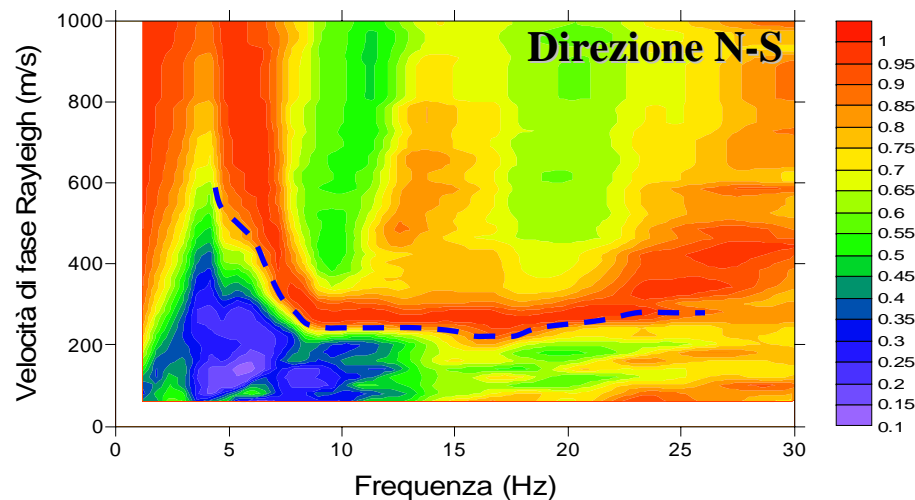
Un vantaggio è quello di non dovere identificare (come in altri modi) i vari modi di vibrazione che possono essere trattati in modo unitario





Finora si è fatto riferimento a distribuzioni di geofoni secondo una configurazione 2D

In realtà sono state proposte metodologie basate sull'impiego di stendimenti lineari di geofoni equispaziati (**Metodo ReMi**)



L'assunzione di base è la presenza di un campo di rumore isotropo

Elemento chiave è la necessità di effettuare una individuazione manuale della curva di dispersione sulla base di criteri piuttosto vaghi (**limite inferiore della zona di massima coerenza**)

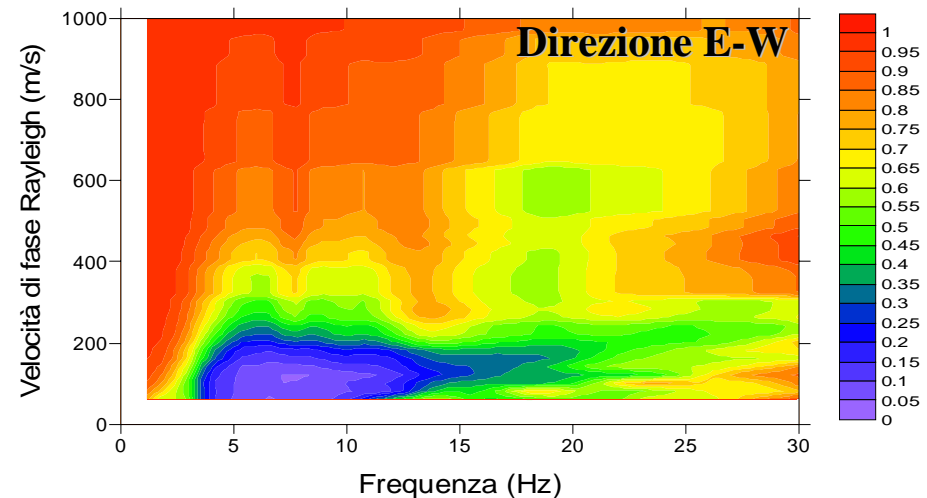
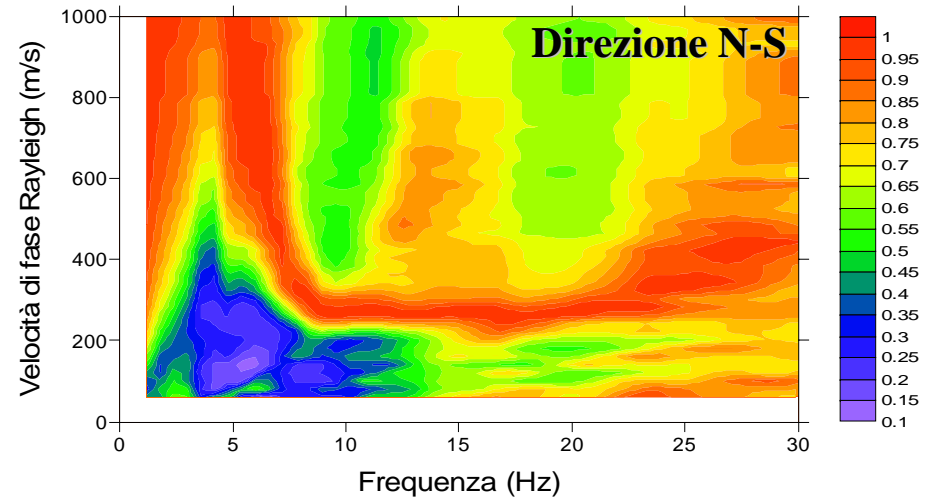


Primo problema!

In presenza di un campo di sorgenti di rumore localizzate, l'uso di stendimenti lineari rischia di fornire indicazioni che dipendono dalla direzione relativa fra la sorgente e l'antenna **ReMI**

L'UNICO MODO PER RISOLVERE IL PROBLEMA è RIPETERE LA MISURA LUNGO UN'ALTRA DIREZIONE!

Possibile Curva di Dispersione!

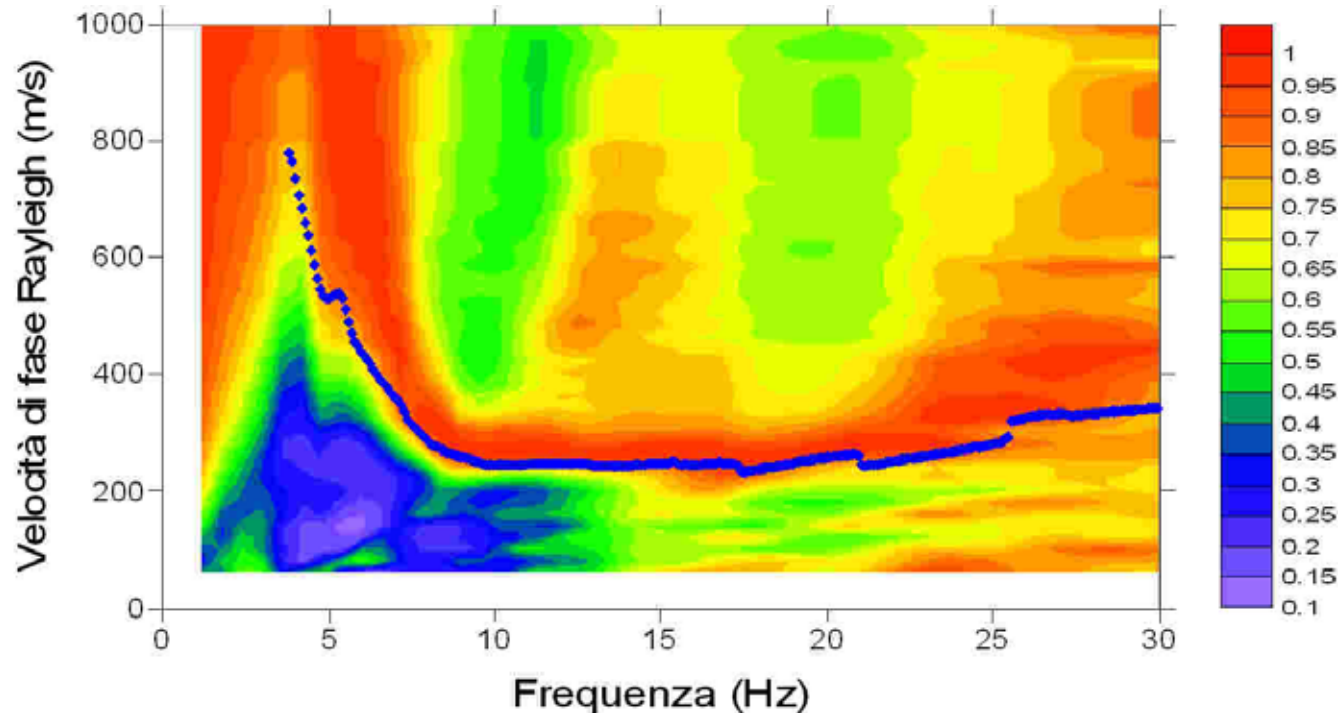


Nessuna Curva di Dispersione!



Secondo problema!

Quanto è univoca la determinazione della curva di dispersione dedotta manualmente?

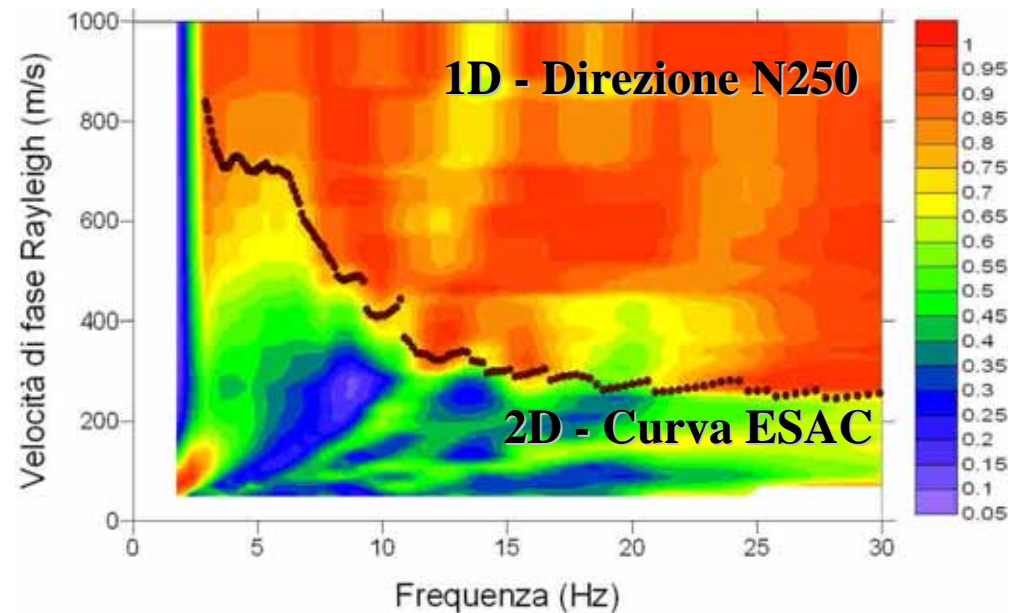
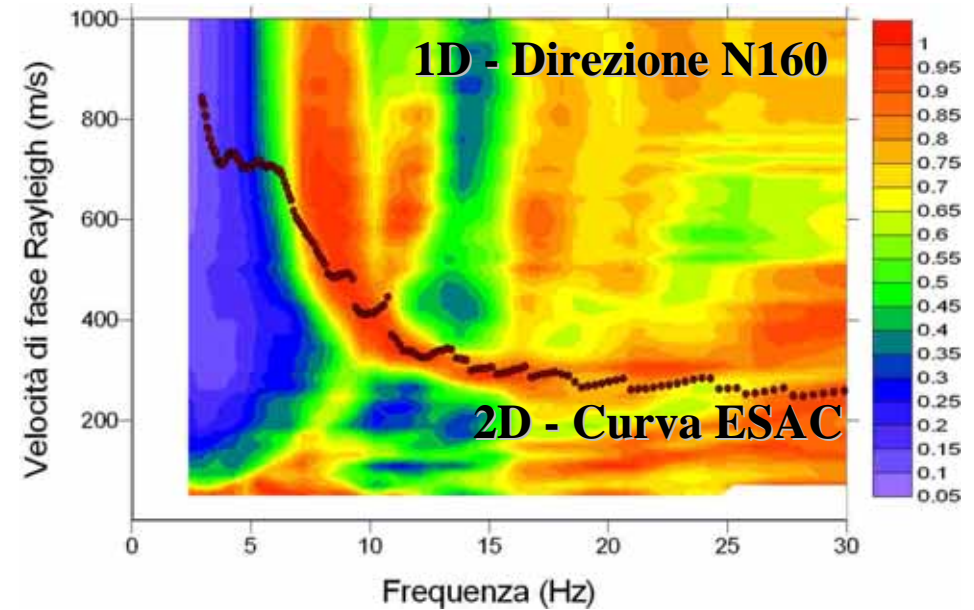
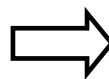


Nei casi in cui il rumore è isotropo, si riesce a dimostrare che la curva ESAC è compatibile con un eventuale picking manuale, con il vantaggio di essere dedotta automaticamente



Loc. La Pietra Firenze

Con solo questo
stendimento 1D,
Curva di dispersione
poco accurata





In sintesi: quando il campo di rumore mostra forti anisotropie, il metodo ReMi non può essere applicato

Ma la individuazione di queste anisotropie può essere effettuata solo ripetendo la misura lungo altre direzioni e confrontando le due curve di dispersione ottenute

Questo però di fatto riduce l'”appeal” del ReMi, legato alla sua praticità d'impiego (di fatto basta una attrezzatura per la sismica rifrazione)

Anche in presenza di una campo isotropo, il picking può essere soggetto a forti ambiguità interpretative che aumentano le incertezze

Queste possono essere risolte agevolmente utilizzando un approccio “robusto” (p.es. ESAC)

Vale quindi la pena di ricorrere al ReMi?



Dal punto di vista sperimentale si sa che il campo di rumore ambientale contiene sia onde di Volume che di Superficie (con relativi modi di vibrazione) in proporzioni variabili.

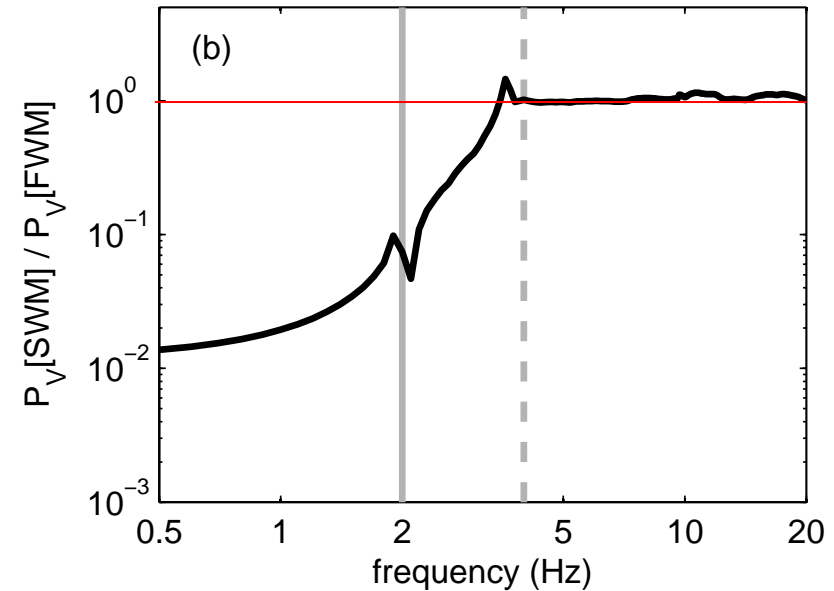
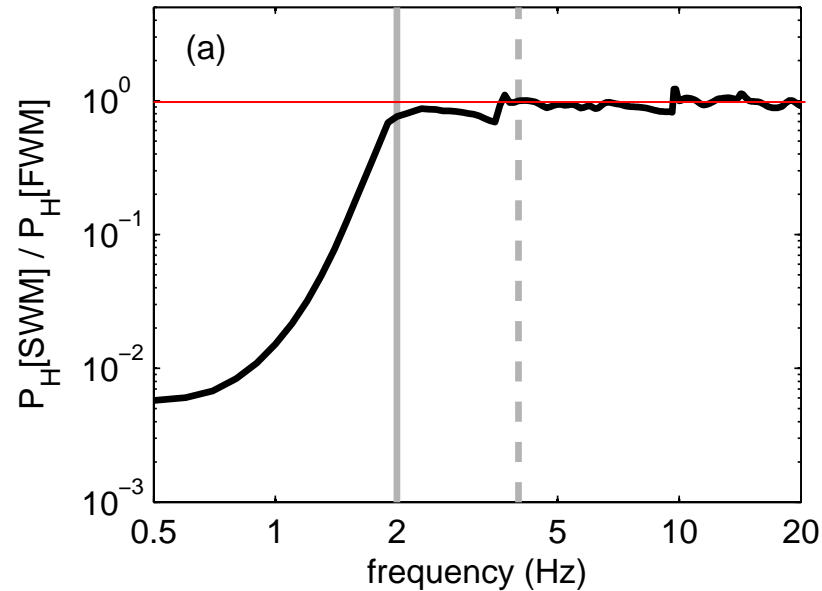
Si può presumere che questa proporzione dipenda dalle caratteristiche delle sorgenti, dalla loro posizione rispetto all'antenna e dalle caratteristiche del sottosuolo

Un modo per esplorare queste caratteristiche è quello di tentare simulazioni numeriche del campo di rumore ambientale

Queste simulazioni devono tenere conto della natura inerentemente stocastica del rumore e della fisica del processo di propagazione

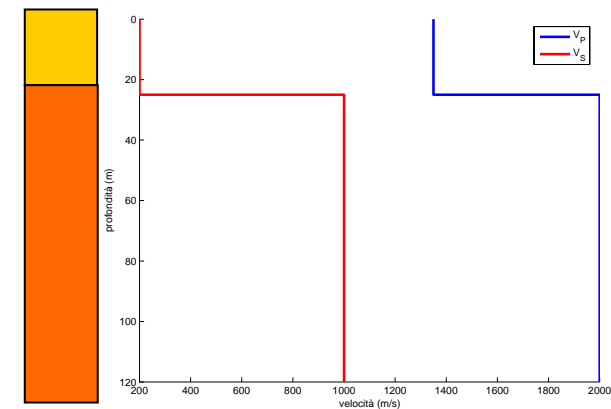


Alcuni risultati teorici



Rapporto fra contributo delle onde superficiali e il campo totale nelle componenti orizzontali (sin) e verticale (ds): valori inferiori a 1 indicano un contenuto scarso di onde superficiali

Si vece che con grandi contrasti di impedenza, le Onde superficiali risultano quasi assenti al di sotto della frequenza di risonanza delle onde S, mentre dominano le alte frequenze



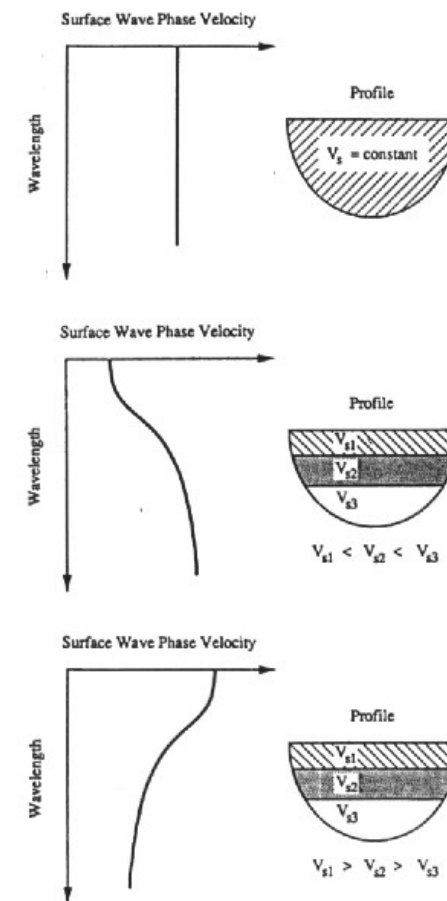
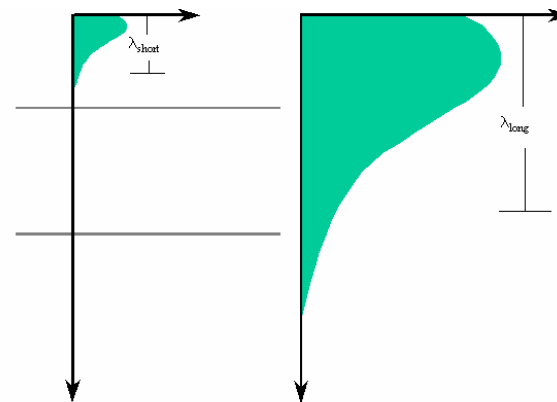


La curva di dispersione al di sopra della frequenza di risonanza può quindi essere interpretata in termini di onde superficiali

Nel caso di antenne composte da sensori verticali la curva dispersione risulta composta da onde di Rayleigh

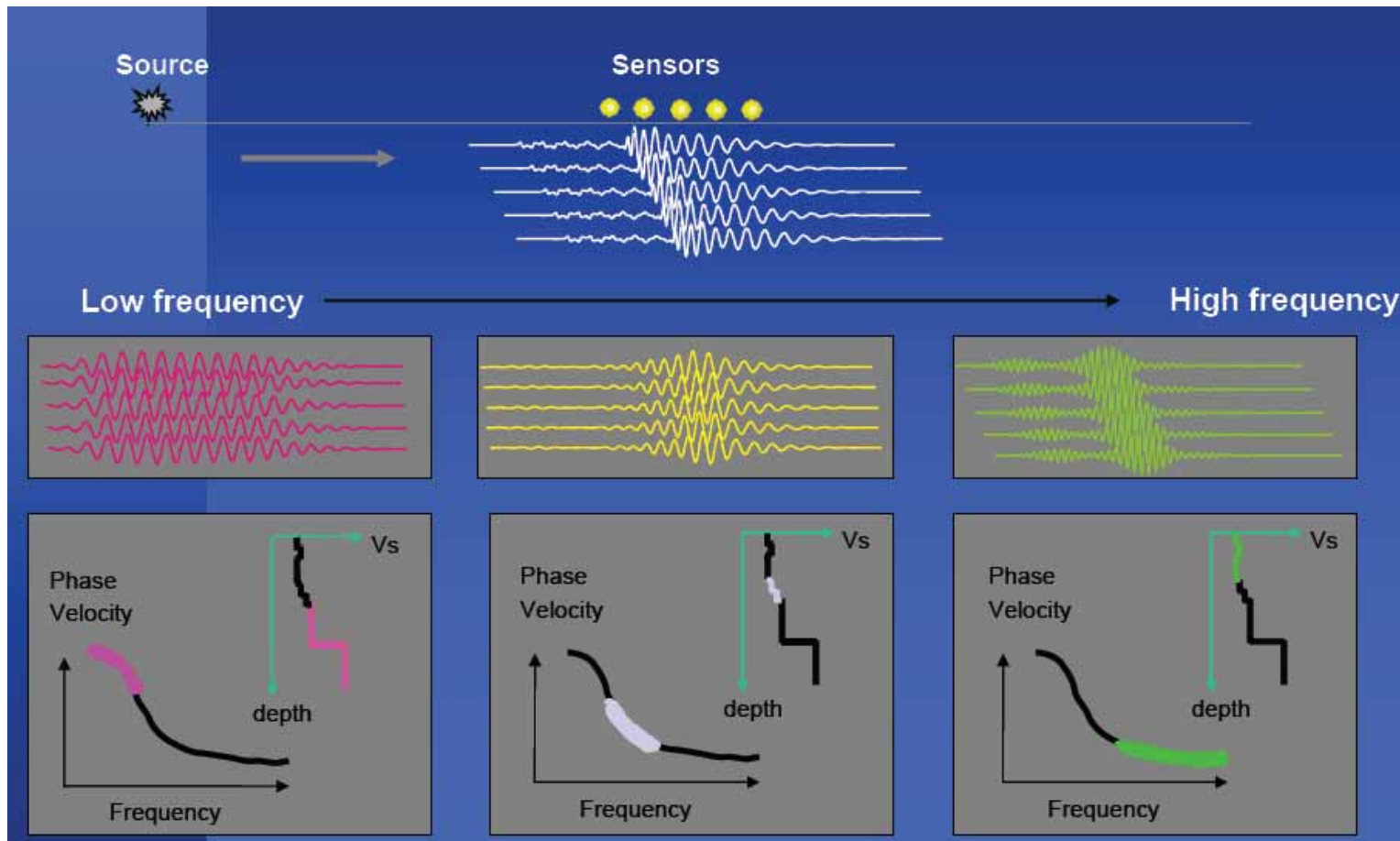
Nelle onde superficiali, all'**aumentare della lunghezza d'onda λ** , aumenta la **profondità** della parte di sottosuolo interessata dalla perturbazione: quindi le velocità di fase alle diverse frequenze (curva di dispersione) sono rappresentative di strati a profondità differenti

In particolare, la curva risulta sensibile al profilo di velocità delle onde S





In sintesi: in presenza di forti contrasti di impedenza sismica l'analisi della curva di dispersione al di sopra della frequenza di risonanza, fornisce informazioni sul profilo di velocità delle onde S al di sopra del basamento risonante





In assenza di grandi contrasti di impedenza, la profondità di esplorazione dipende da tre elementi

1. *La frequenza di risonanza dei geofoni*
2. *La dimensione dello stendimento*
3. *Dalla presenza di segnale in bassa frequenza*

Simulazioni numeriche e l'esperienza di campagna hanno dimostrato che in presenza di un segnale intenso, è possibile determinare differenze di fase fino a frequenze pari alla metà circa della frequenza propria dei sensori (v_0). In generale, però, questa frequenza è la minima raggiungibile

Data una velocità di fase V per le onde superficiali misurate, la massima lunghezza d'onda misurabile (V/v_0), almeno nel caso della procedura ESAC è dell'ordine di due volte la dimensione dello stendimento

Dato che la profondità di esplorazione è circa dell'ordine della metà della lunghezza d'onda ne risulta che la profondità di esplorazione è dell'ordine di grandezza della dimensione dello stendimento



Per esempio, utilizzando geofoni con $v_0 = 4.5$ Hz ed in presenza di velocità di fase dell'ordine di 500 m/s, la massima lunghezza d'onda risulta pari a circa 100 m. Quindi, con sensori di questo tipo, dimensioni maggiori sono inutili.

Dall'altro lato, se le dimensioni massime dello stendimento sono dell'ordine del centinaio di metri (per limitazioni logistiche o per via delle dimensioni dei cavi) è inutile utilizzare sensori a più bassa frequenza propria

Infine si dimostra che l'incertezza δV_R relative alle stime della velocità di fase per la frequenza f è come minimo pari a

$$\left[\delta V_R (f) \right]_{\min} \equiv \frac{\left[V_R (f) \right]^2}{f_c \cdot \langle r \rangle}$$

dove r è la distanza media fra i sensori, f_c è la frequenza di campionamento e V_R è la velocità di fase alla frequenza f

Questo vuol dire che maggiori sono le velocità di fase e maggiore è l'incertezza. Questa può essere ridotta (molto parzialmente) aumentando le frequenze di campionamento o la distanza media fra i geofoni

In pratica, le misure su terreni rigidi sono più difficili (ma non impossibili)!