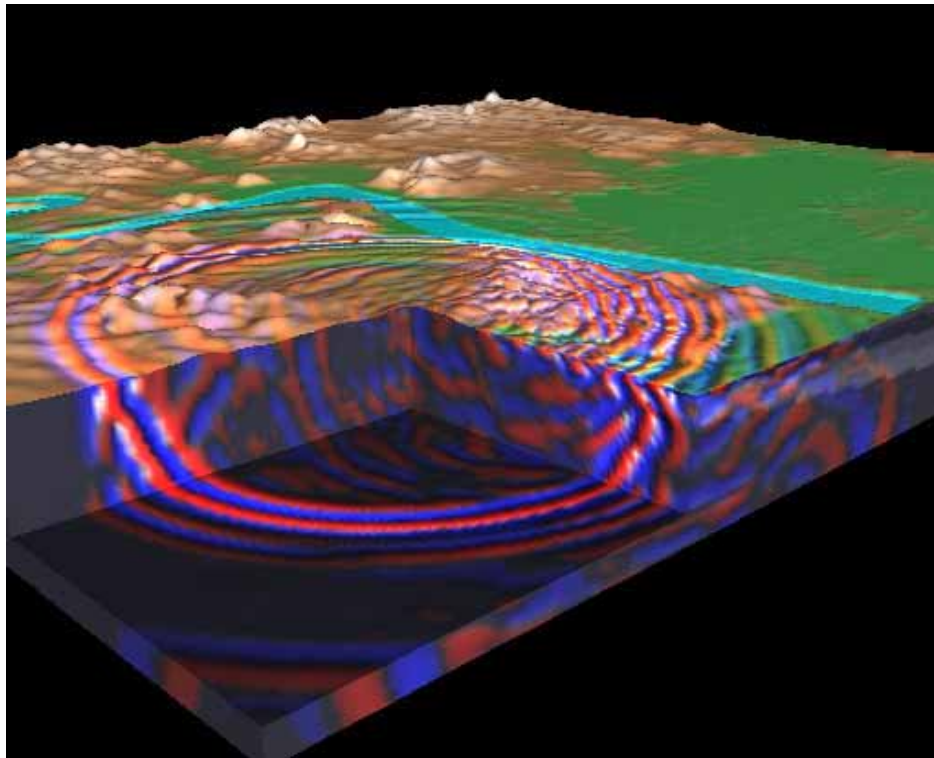




Scopo delle indagini sismiche è la definizione delle modalità di propagazione delle onde sismiche nel sottosuolo a partire da misure di superficie o in foro

Dato che le velocità di propagazione di queste onde sono legate ad alcune proprietà meccaniche del mezzo, i valori delle velocità di propagazione e soprattutto delle loro variazioni permettono di ricostruire l'andamento di questi parametri meccanici nel sottosuolo

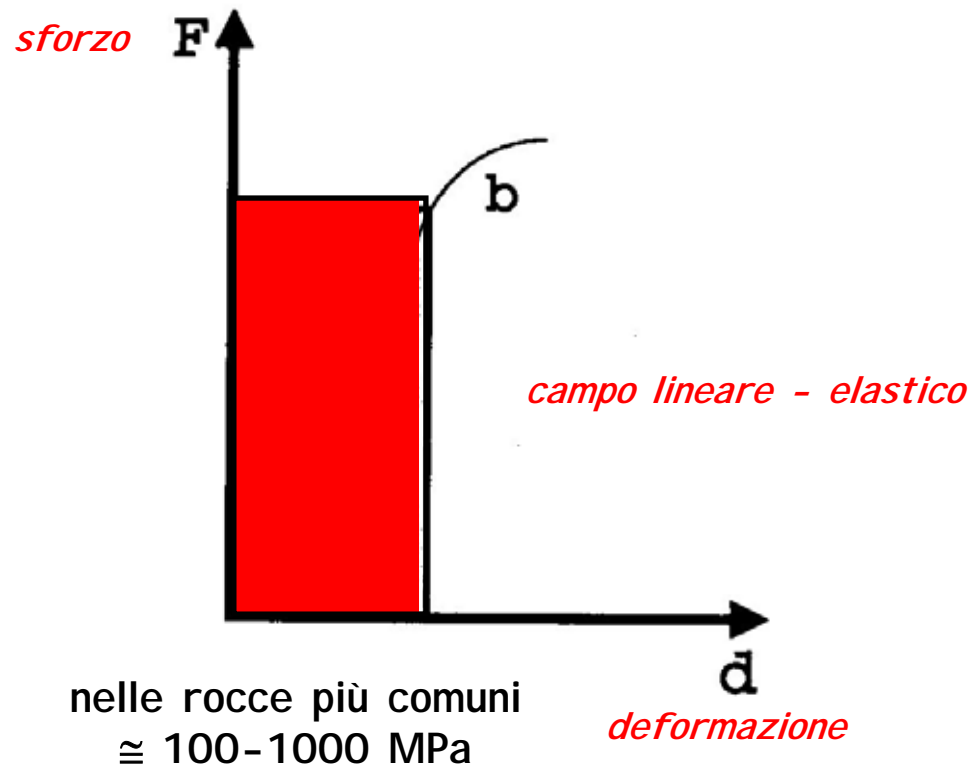


Interpretando queste variazioni dei parametri meccanici è in certi casi possibile risalire alle caratteristiche geologiche del sottosuolo



## Il dominio elastico

Nelle prospezioni sismiche gli sforzi applicati sono generalmente molto piccoli. Quindi, è lecito supporre che tra sforzo e deformazione esista una relazione lineare (**le deformazioni sono linearmente proporzionali agli sforzi che le originano**)



In altre parole, si considera applicabile la legge di HOOKE

$$F = d \cdot K$$

in cui  $K$  è un generico coefficiente di proporzionalità ed assume significato fisico diverso a seconda del tipo di forze applicate e delle deformazioni conseguenti

Le grandezze come  $K$  sono definite “**Costanti Elastiche**” (modulo di Young, rigidità, modulo di Poisson, ecc.)

Si dimostra che in un mezzo isotropo e omogeneo bastano **due sole delle costanti elastiche** per poter definire univocamente tutte le altre



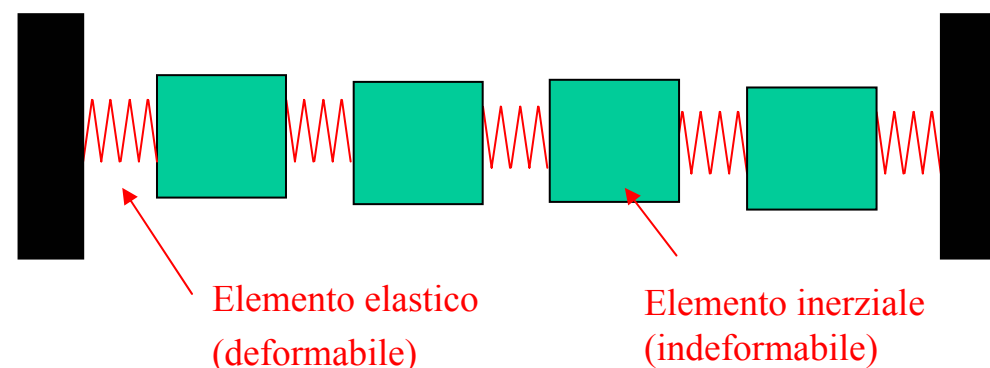
## Onde Sismiche

In seguito ad uno sforzo impulsivo di piccola entità, un corpo si deforma nel campo di linearità della legge di Hooke. Le particelle del corpo si spostano in una nuova posizione di equilibrio. Al cessare dell'impulso, le particelle ritornano nella posizione di equilibrio originaria. In tal modo, si innesca un moto di oscillazione intorno alla posizione di equilibrio stessa.

Il moto di oscillazione viene trasmesso da una particella a tutte quelle circostanti, con un ritardo dovuto all'inerzia di tali particelle ad abbandonare la loro posizione di quiete.

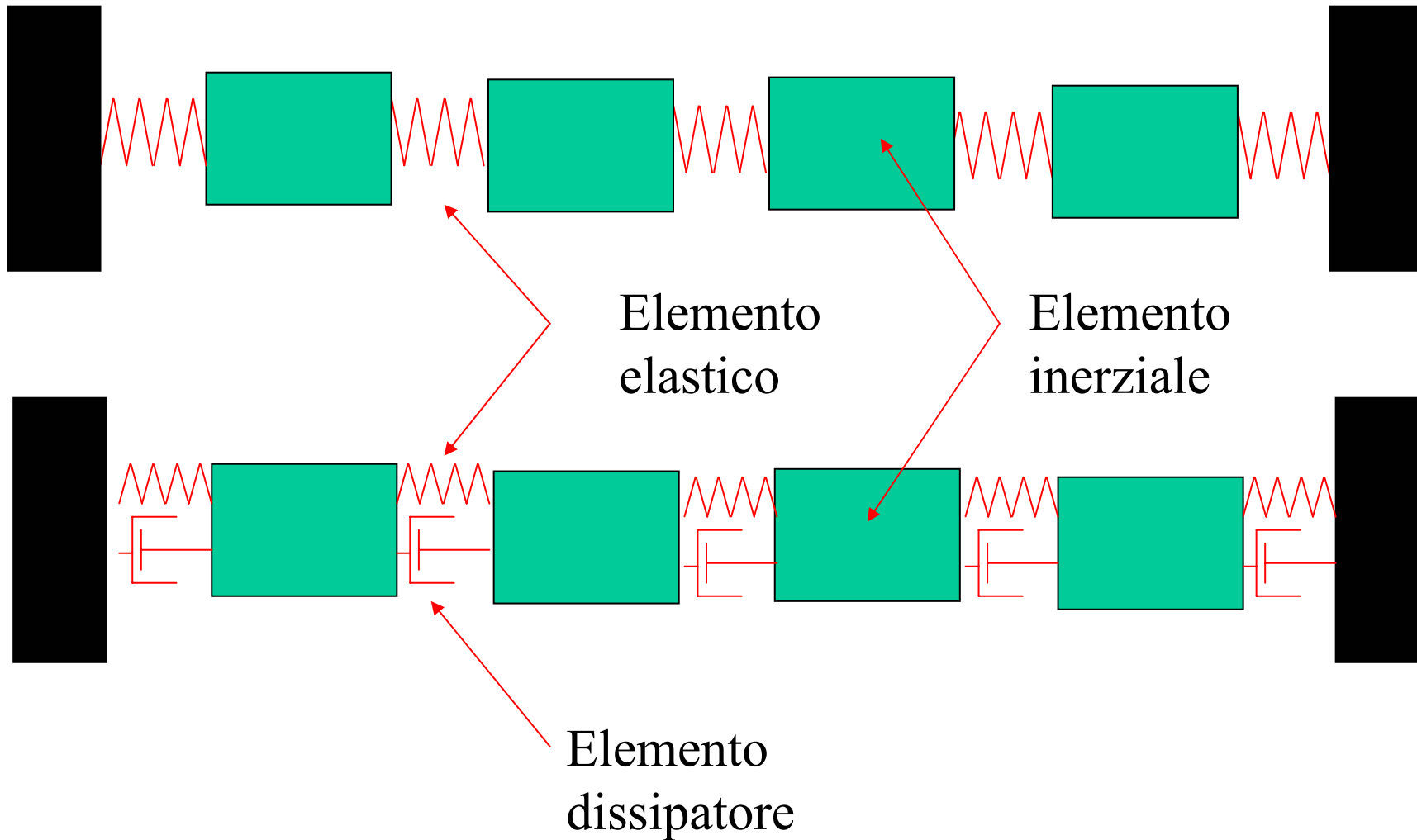
Tali onde elastiche (o sismiche) sono caratterizzate da un trasporto d'energia e non di massa.

### Modello semplificato del mezzo continuo elastico (unidimensionale)





## In realtà il comportamento non è comportamento elastico





Ad ogni trasferimento da un elemento al successivo, l'energia cinetica a disposizione diminuisce sempre riducendo progressivamente l'ampiezza delle oscillazioni cui sono sottoposte le particelle investite dalla perturbazione

L'entità della dissipazione (**smorzamento**) viene sperimentalmente definita tramite il rapporto  $\xi$  (adimensionale)

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W}$$

Dove  $W$  è l'energia trasportata e  $\Delta W$  è la parte di energia dissipata nel passaggio da un elemento all'altro



1. Qualunque perturbazione indotta all'interno o alla superficie di un mezzo elastico, induce una perturbazione che si propaga all'interno del mezzo
2. Questa perturbazione può essere sempre rappresentata come serie di Fourier, ovvero come una combinazione, più o meno complessa, di funzioni periodiche (serie di Fourier)
3. La forma di questa serie dipende dalle caratteristiche del mezzo e della sorgente responsabile della perturbazione



## Parametri usati per descrivere un'onda (in forma di oscillazione periodica)

$A$  = ampiezza

$\lambda$  = lunghezza d'onda [in m o km] o

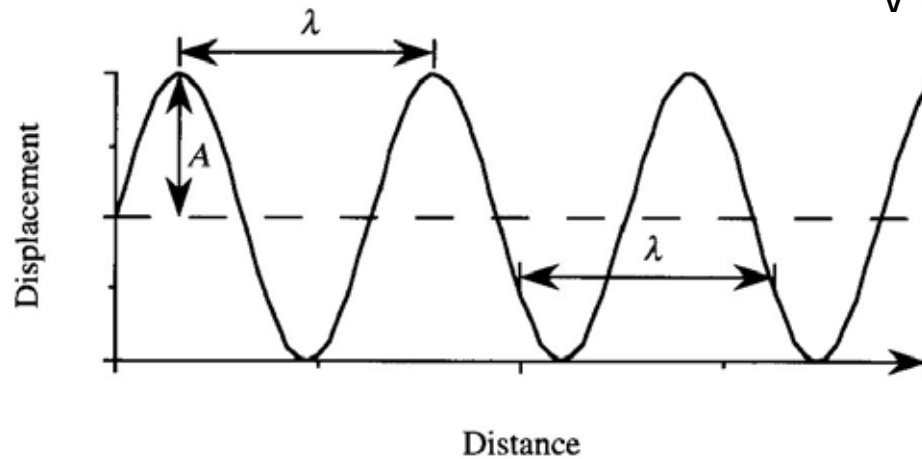
$T$  = periodo [s]

$f$  = frequenza ( $1/T$ ) [Hz]

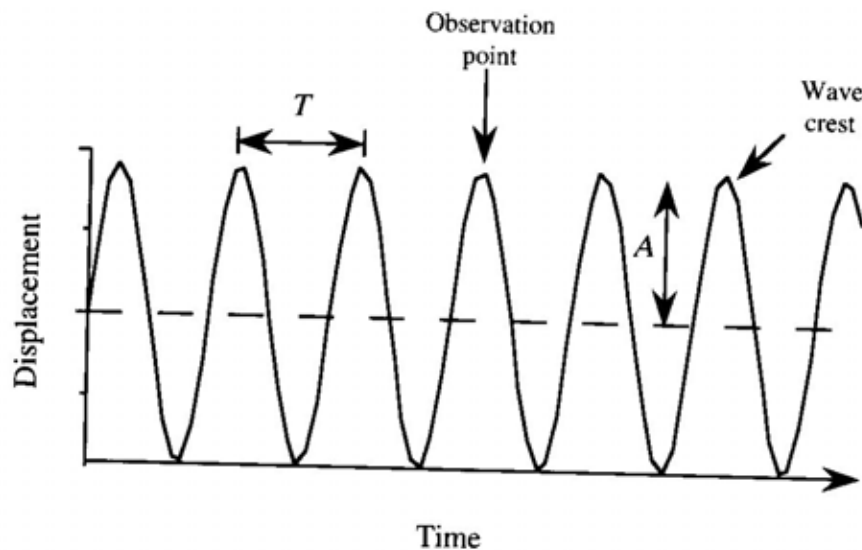
$\omega$  = frequenza angolare ( $2\pi f$ )

$k$  = numero d'onda ( $2\pi/\lambda$ ) [rad/m]

$V$  = velocità ( $V = f \cdot \lambda$ ) [in m/s o Km/s]



**Figure 2-2** Pattern of particle displacements during passage of wave created by hammer blow illustrated in Figure 2-1.  $\lambda$  = wavelength;  $A$  is amplitude of maximum particle displacement from normal position.



**Figure 2-3** Motion of a single water particle in lake or a particle in granite as waves pass by.  $T$  (wave period) is the time for two successive wave crests to pass the observation point.



In seguito ad uno sforzo impulsivo si generano contemporaneamente differenti tipi di onde sismiche caratterizzate da differenti velocità di propagazione.

- **onde di compressione** (dette longitudinali o **P**), generate dalla reazione elastica che si oppone alle variazioni di volume e/o lunghezza del corpo. Tali onde sono legate alle componenti normali dello sforzo
- **onde di taglio** (dette anche trasversali o **S**), generate dalla reazione elastica che si oppone alle variazioni di forma del corpo. Tali onde sono legate alle componenti tangenziali dello sforzo.

Le onde P ed S (o sismiche) si propagano in tutte le direzioni ed interessano tutta la massa del corpo. Per questo sono dette “**onde di massa o volume**”

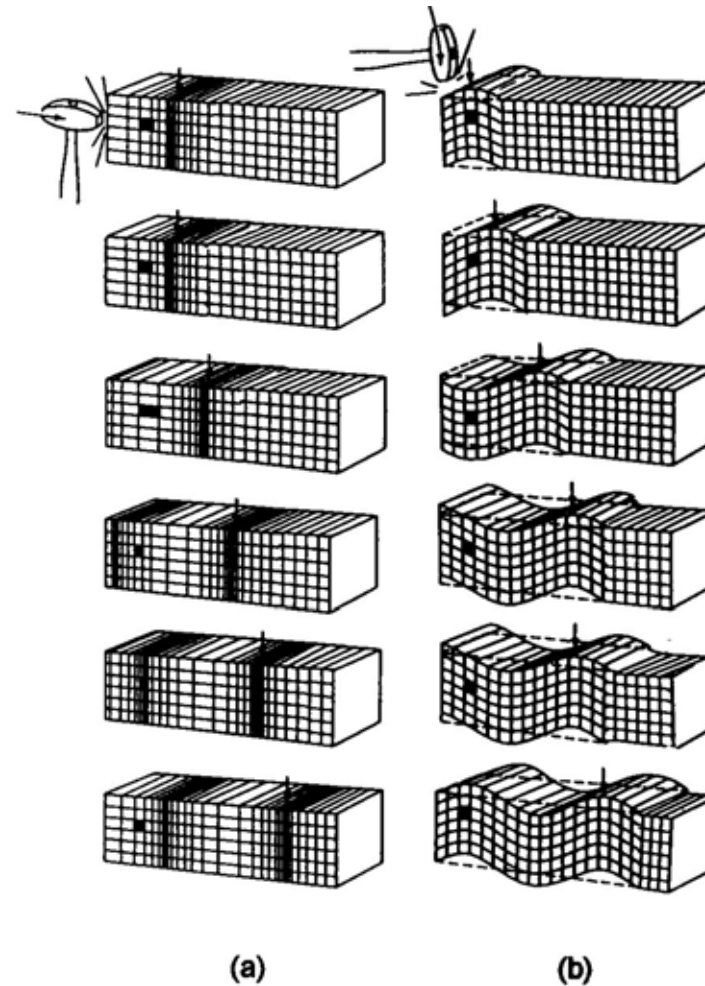
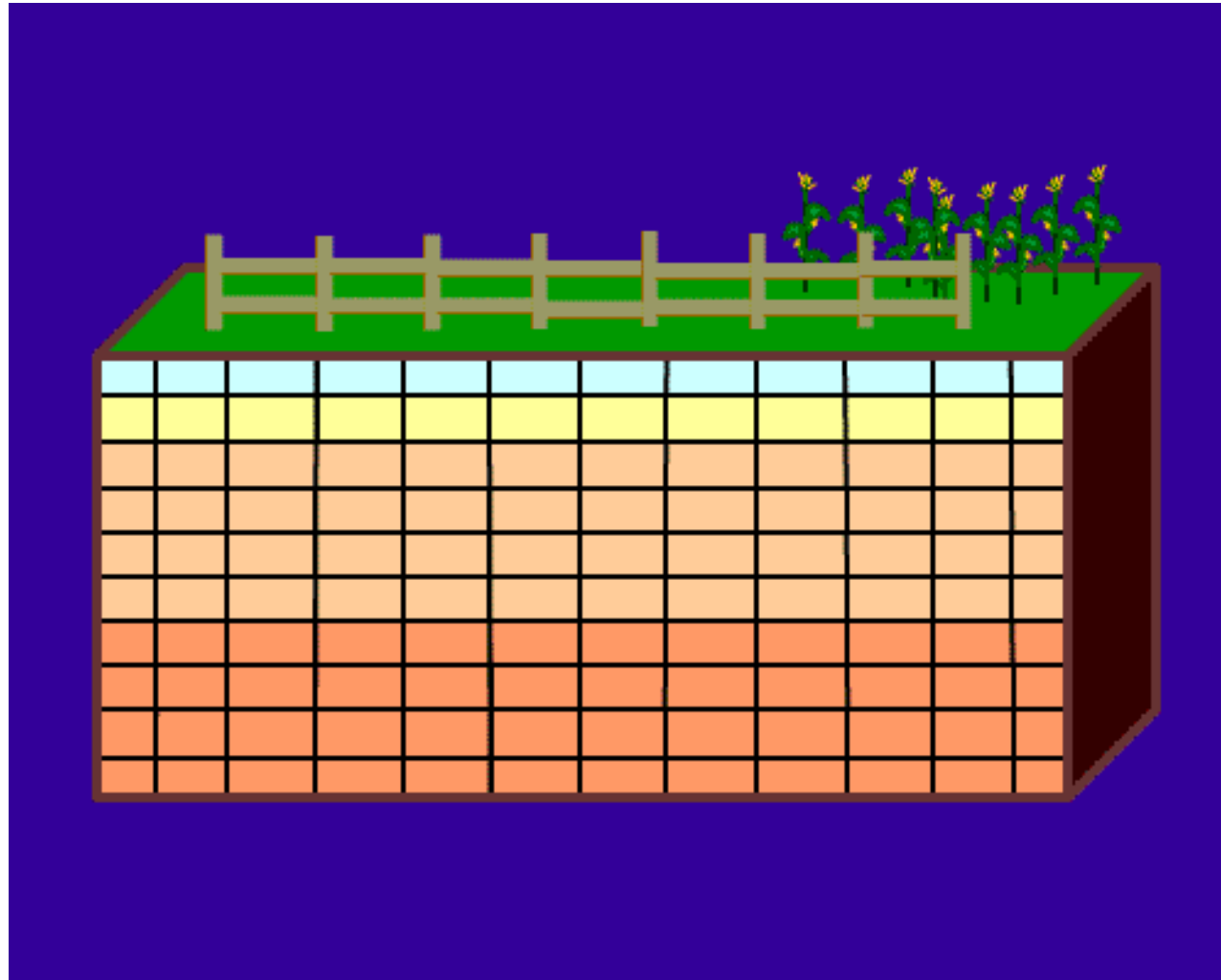


Fig. 2.11 Motion during passage of plane body waves. (After *Earth*, 2d ed., by F. Press and B. Siever, p. 424. Copyright 1974 by W. H. Freeman and Company; reprinted with permission.) (a) P-wave; (b) S-wave.

**In funzione del tipo di sforzo e delle costanti elastiche del corpo implicate nella deformazione le onde sismiche hanno velocità di propagazione differenti**



## Onde P o “di compressione”



Si trasmettono nella stessa direzione di vibrazione delle particelle e causano variazione sia di volume che di forma nel mezzo. Si trasmettono anche nei liquidi.



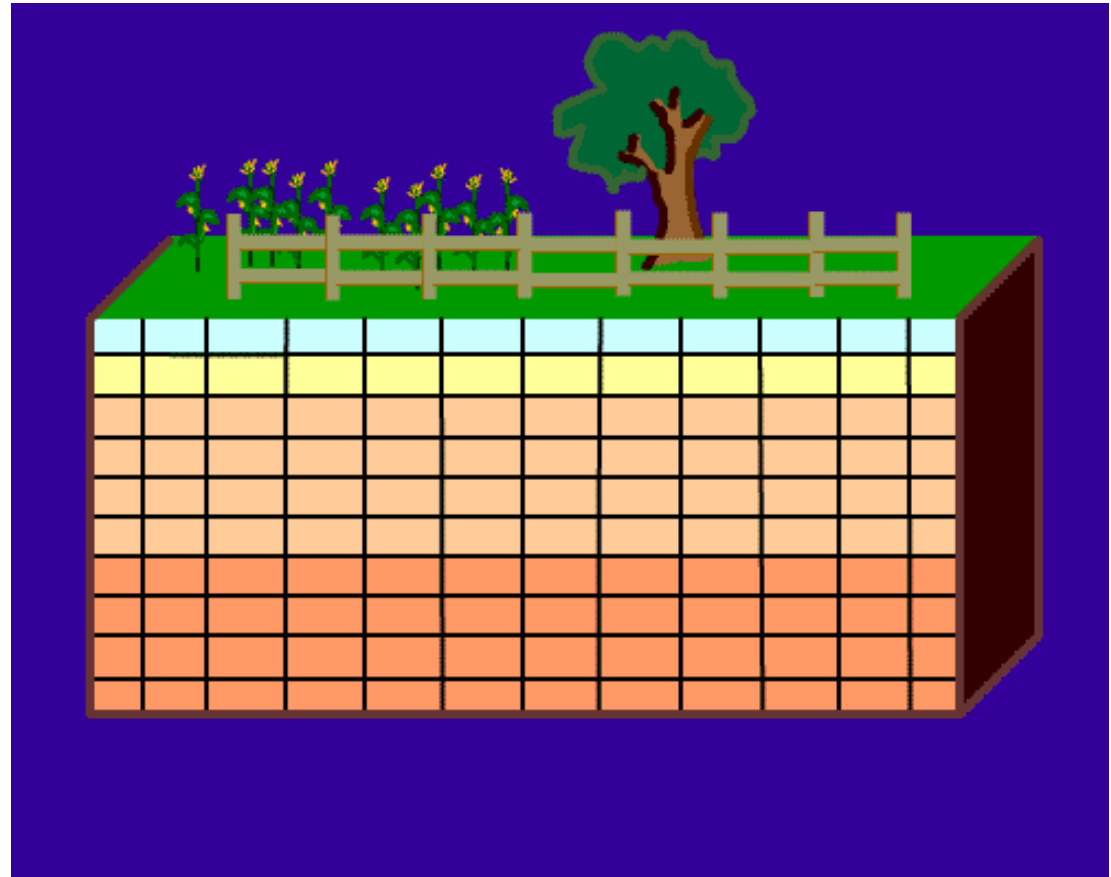
## Onde S o “di taglio”

Le onde S si trasmettono nella direzione normale a quella di vibrazione delle particelle e causano variazione di forma nel mezzo che è assoggettato a sforzi di taglio.

Non si propagano nei liquidi perché quest'ultimi non hanno forma propria, non avendo forze che impediscono lo scorrimento reciproco delle particelle).

Queste mostrano il fenomeno della **polarizzazione**:

- **SV** polarizzate nel piano verticale
- **SH** polarizzate nel piano orizzontale





## La velocità delle onde sismiche

In base a quanto visto fin'ora, sembra logico attendersi che la velocità delle onde sismiche dipenderà dall'inerzia delle particelle (**ovvero dalla densità  $\rho$** ) che compongono il mezzo e dalle sue proprietà elastiche (**dalla costante elastica**)

**Onde P** le onde longitudinali determinano nel mezzo in cui si propagano sia variazioni di forma che di volume. Per questo, la loro velocità di propagazione  $V_P$  dipende sia dal modulo di taglio (o di rigidità)  $m$  che dal modulo di compressibilità  $K$ .

$$V_P = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

In funzione delle relazioni esistenti tra le costanti elastiche è possibile esprimere la  $V_P$  anche in funzione delle costanti di Lamé

$$V_P = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}}$$

**Onde S** le onde trasversali determinano nel mezzo di propagazione soltanto variazioni di forma. Quindi, la velocità di propagazione  $V_S$  dipende solo dal modulo di taglio  $\mu$ :

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$



## Moduli elastici dinamici

Per ricavare informazioni sui parametri elastici (dinamici) è necessario conoscere **sia** la velocità di propagazione (**velocità di fase**) delle onde P ( $V_P$ ) **che** quella delle onde S ( $V_S$ )

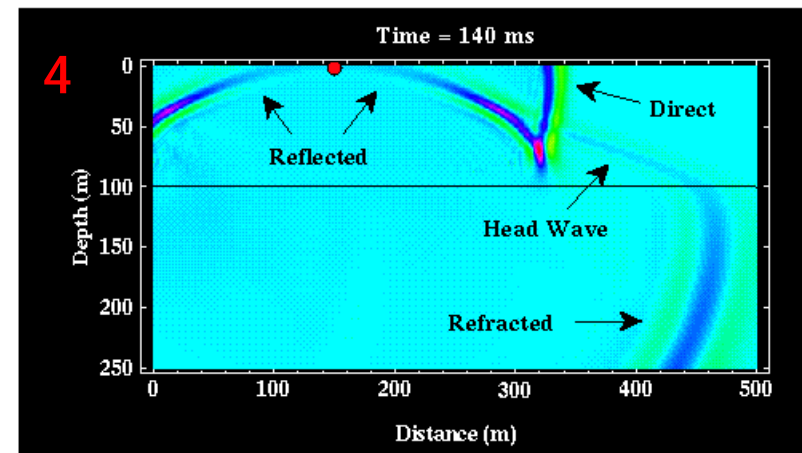
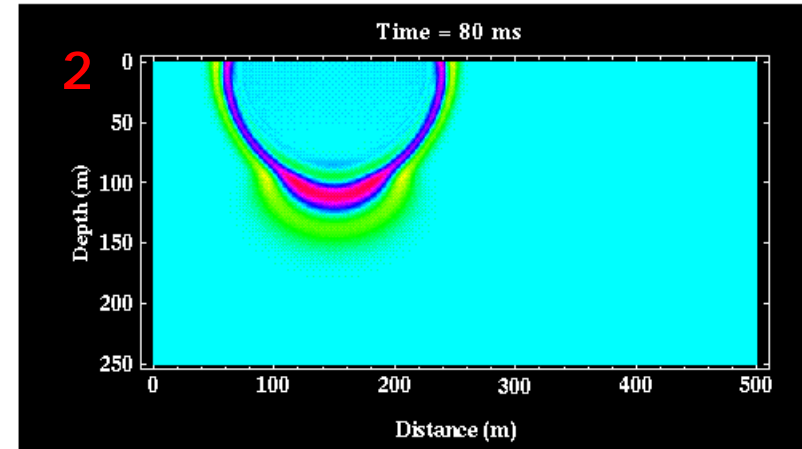
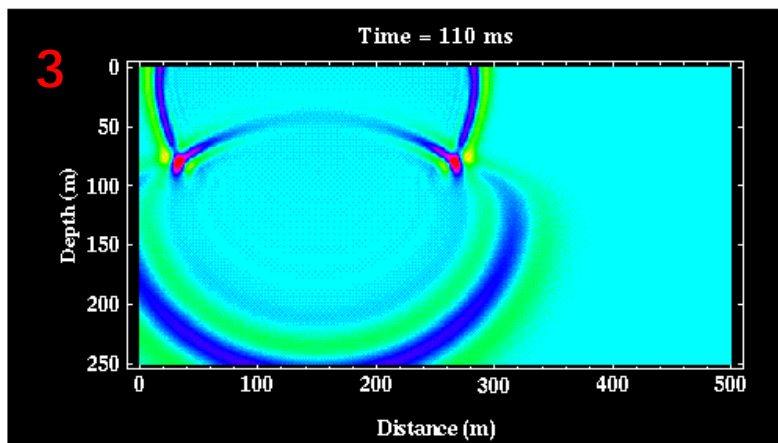
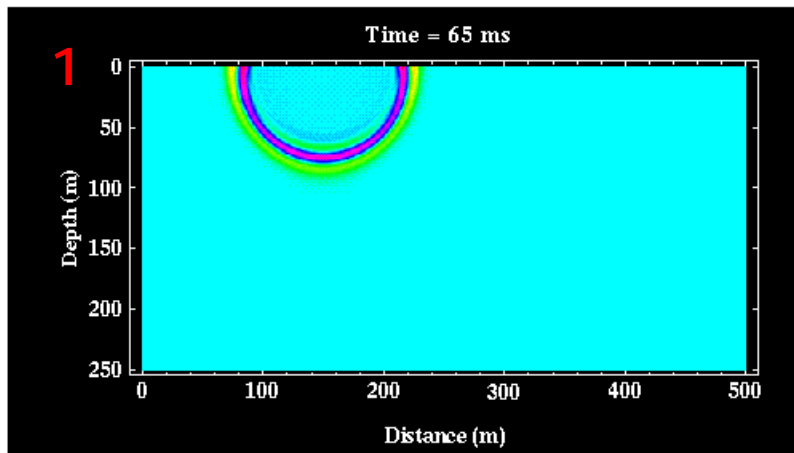
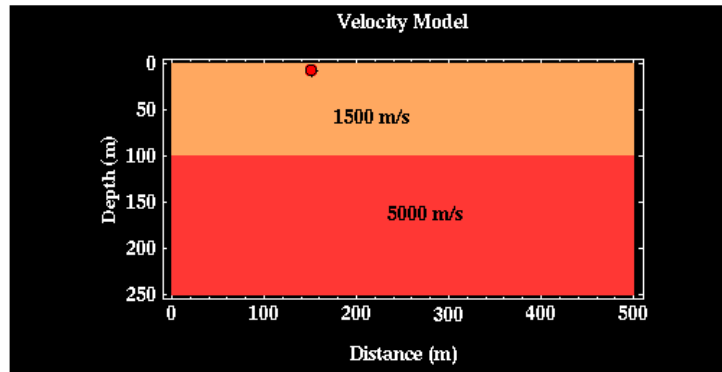
$$E = V_S^2 \rho [(3V_P^2 - 4V_S^2) / (V_P^2 - V_S^2)]$$

$$\mu = V_S^2 \rho$$

$$K = \rho (V_P^2 - \frac{4}{3} V_S^2)$$

$$\nu = \frac{0.5 \left( \frac{V_P}{V_S} \right)^2 - 1}{\left( \frac{V_P}{V_S} \right)^2 - 1}$$

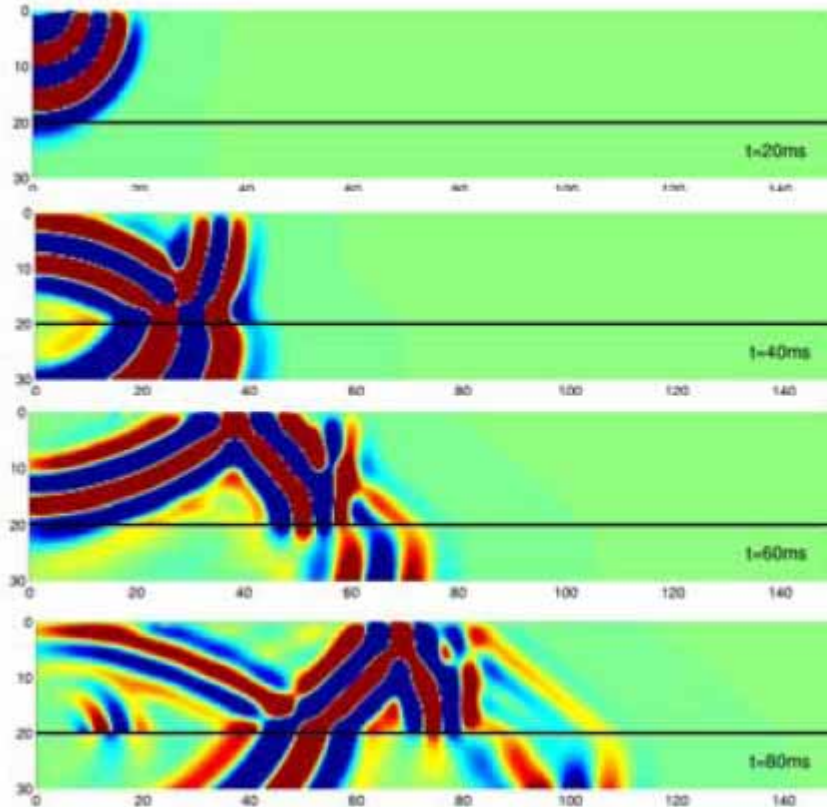
## Alcuni esempi di propagazione delle onde sismiche nei materiali stratificati



Le variazioni nelle caratteristiche meccaniche del mezzo perturbano il fronte d'onda



sorgente

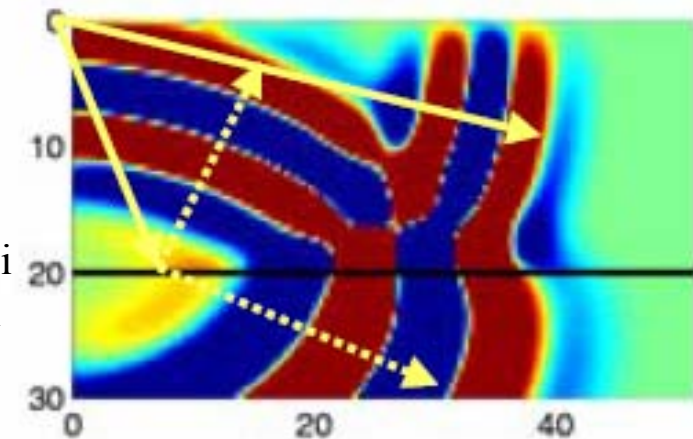
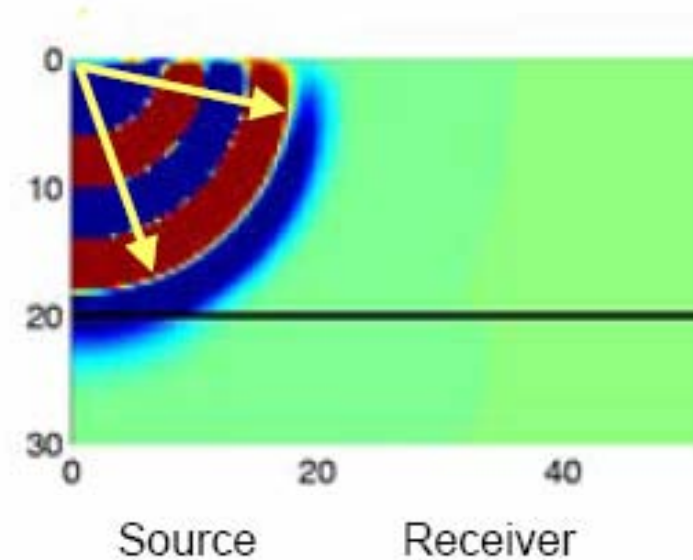


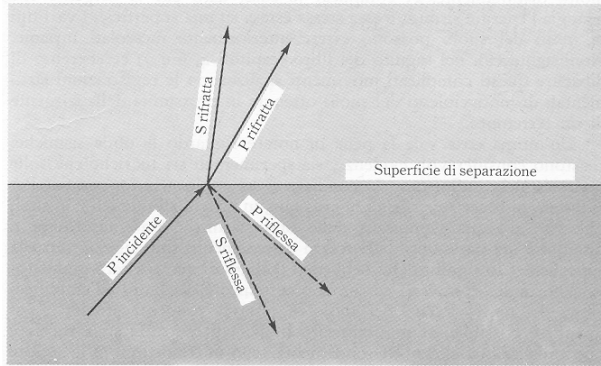
(Roth et

Conviene rappresentare la propagazione in termini di Raggi Sismici ovvero delle traiettorie che congiungono posizioni successive dello stesso pacchetto di energia

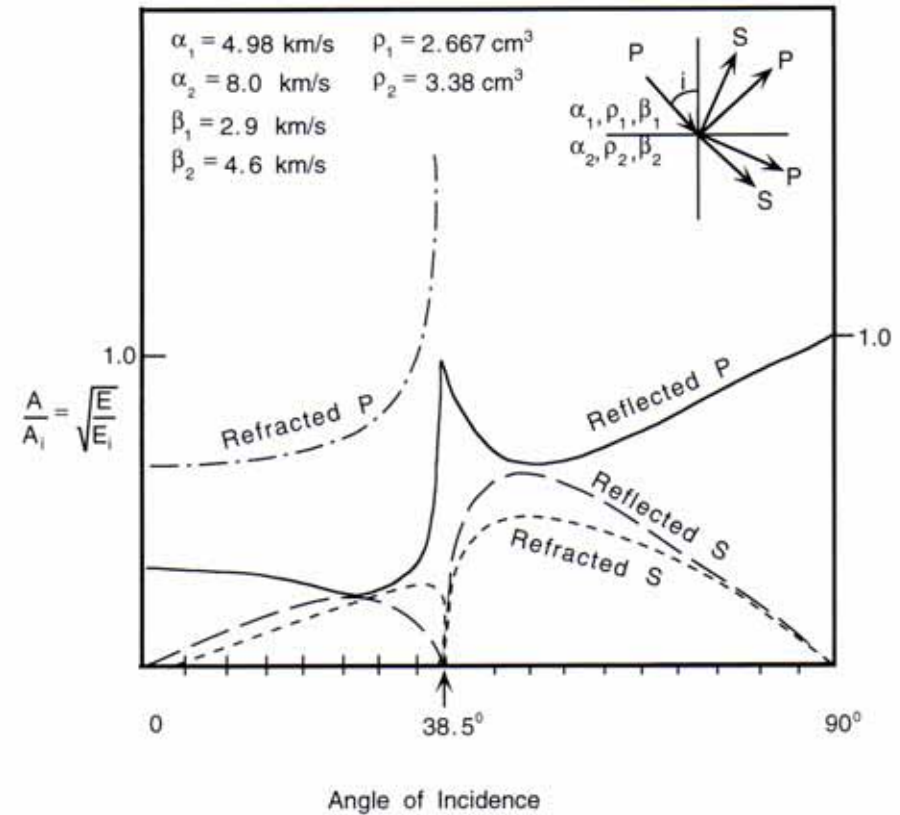
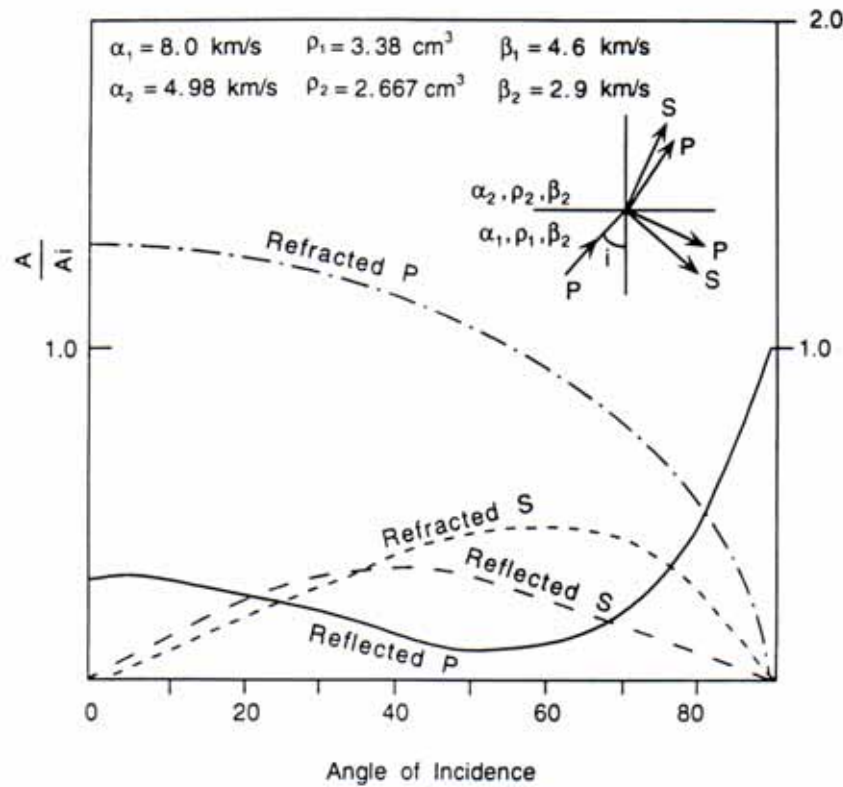
In tal modo la propagazione delle onde sismiche in mezzi stratificati può essere trattata usando **le leggi dell'ottica geometrica**

Source



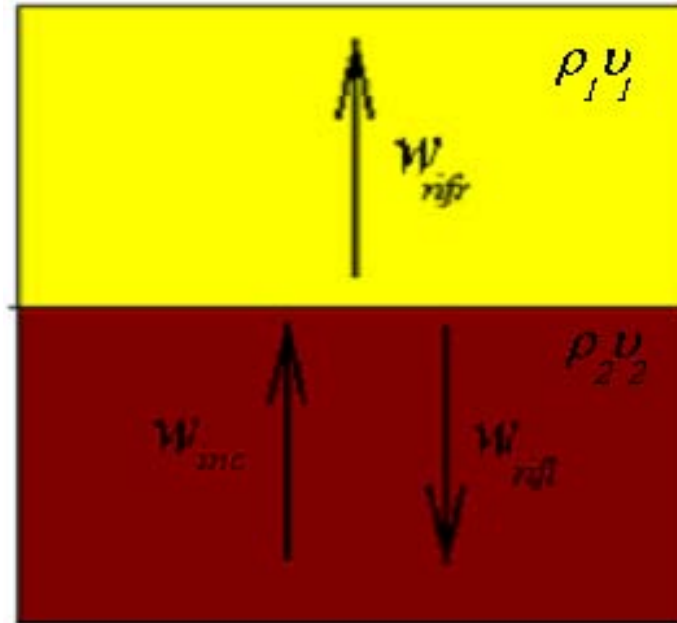


Inoltre, alle diverse interfacce e a seconda degli angoli di incidenza, l'energia viene variamente **ripartita** fra le diverse fasi con modalità che dipendono dal rapporto di impedenza sismica e dall'angolo di incidenza



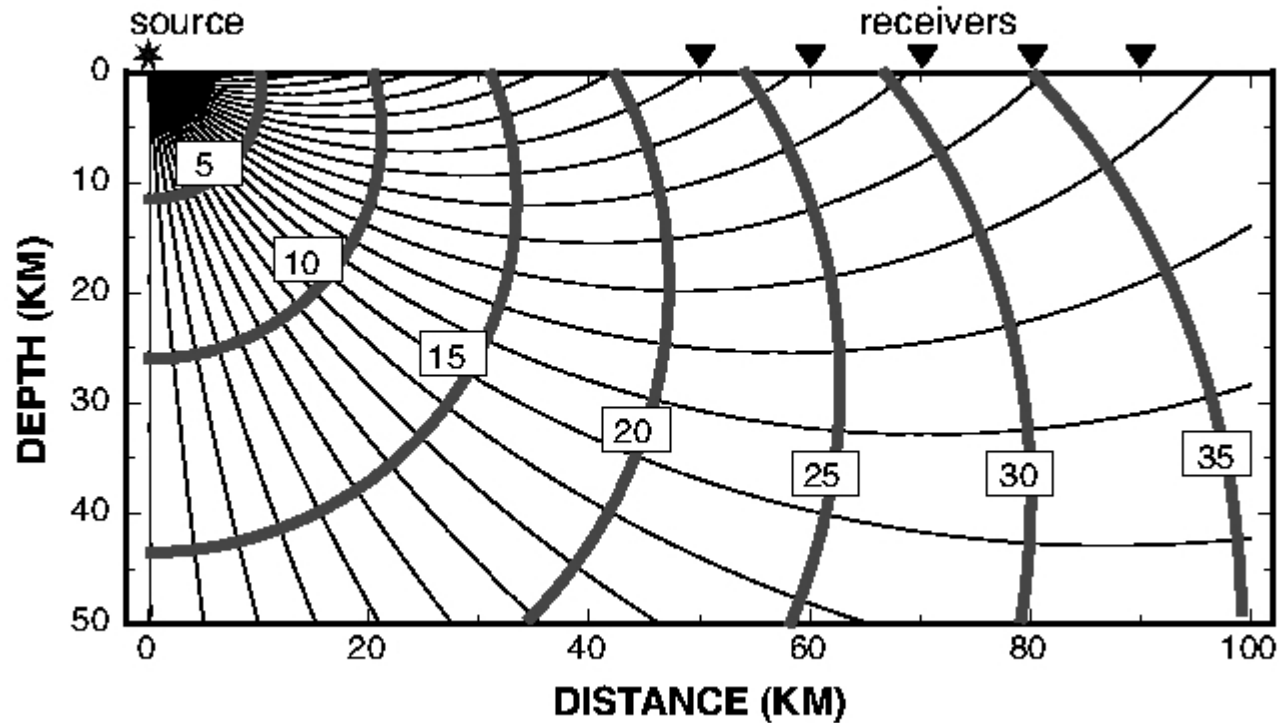


Quando l'onda incontra una superficie di separazione fra due mezzi con caratteristiche meccaniche differenti, parte dell'energia  $w$  viene trasmessa nel secondo mezzo (rifrazione) e parte torna indietro nel primo (riflessione)

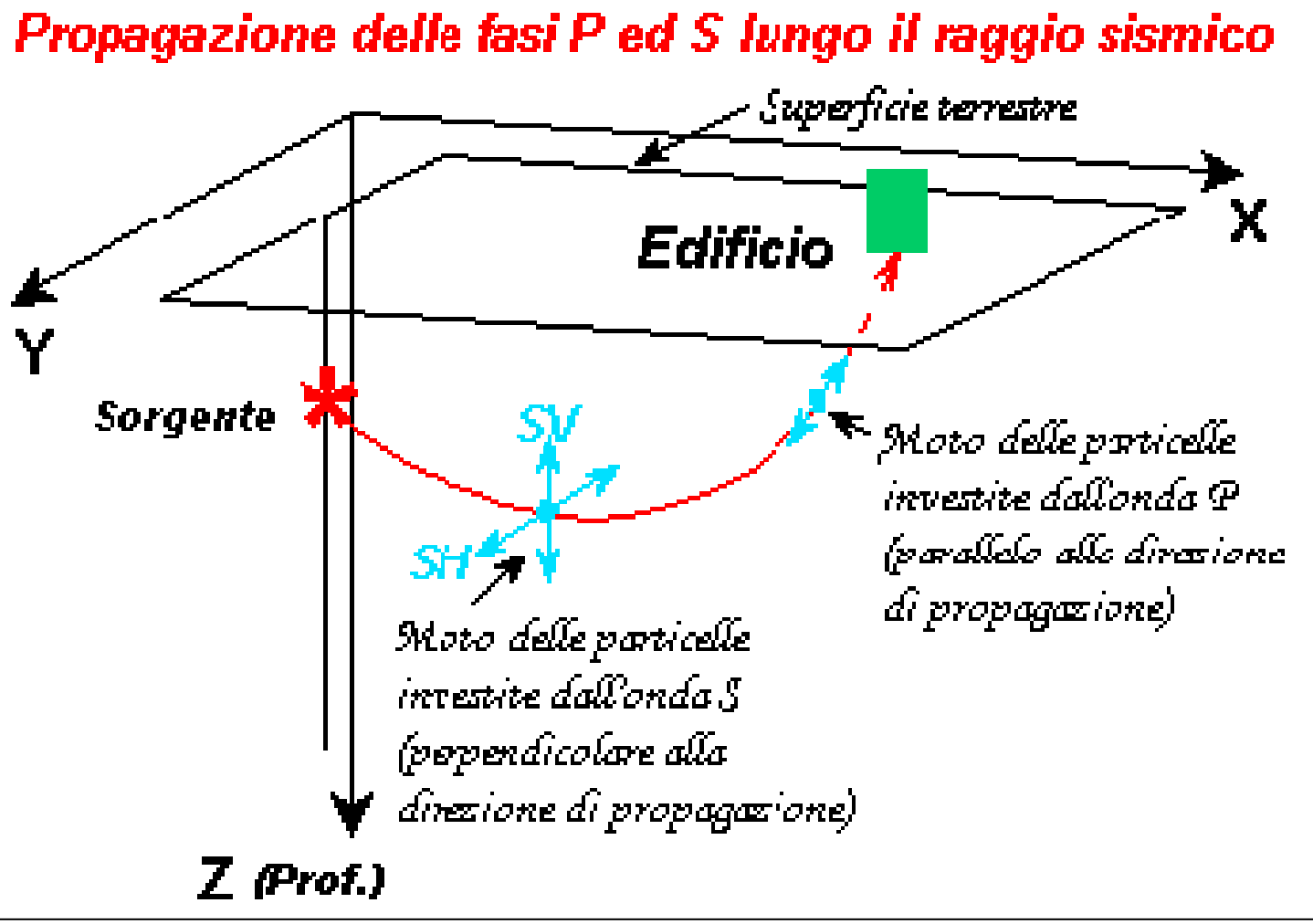


Le caratteristiche del processo sono controllate dall'impedenza sismica ( $v\rho$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{w_{rifl}}{w_{inc}} = \frac{(v_2\rho_2 - v_1\rho_1)^2}{(v_1\rho_1 + v_2\rho_2)^2} \\ \frac{w_{rifr}}{w_{inc}} = \frac{4v_1\rho_1 v_2\rho_2}{(v_1\rho_1 + v_2\rho_2)^2} \end{array} \right.$$



A causa del generale aumento della velocità delle onde con la profondità, i raggi tendono ad incurvarsi verso l'alto

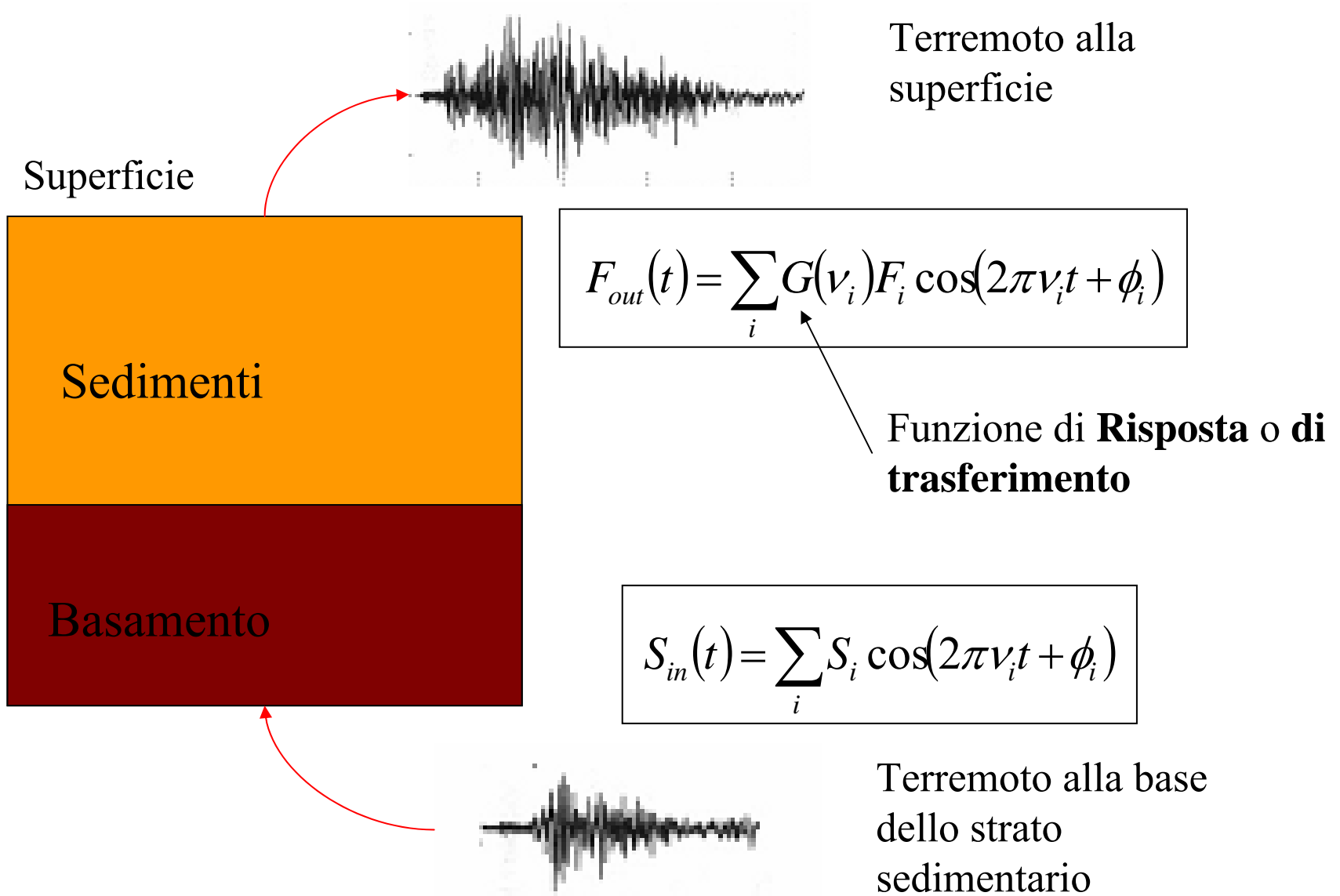




La presenza di fenomeni di rifrazione e riflessione all'interfaccia fra mezzi con caratteristiche meccaniche differenti spiega un effetto molto importante per lo studio della risposta sismica locale

**L'effetto di risonanza** che si verifica in corrispondenza di strati soffici superficiali posti al di sopra di mezzi caratterizzati da maggiore rigidità

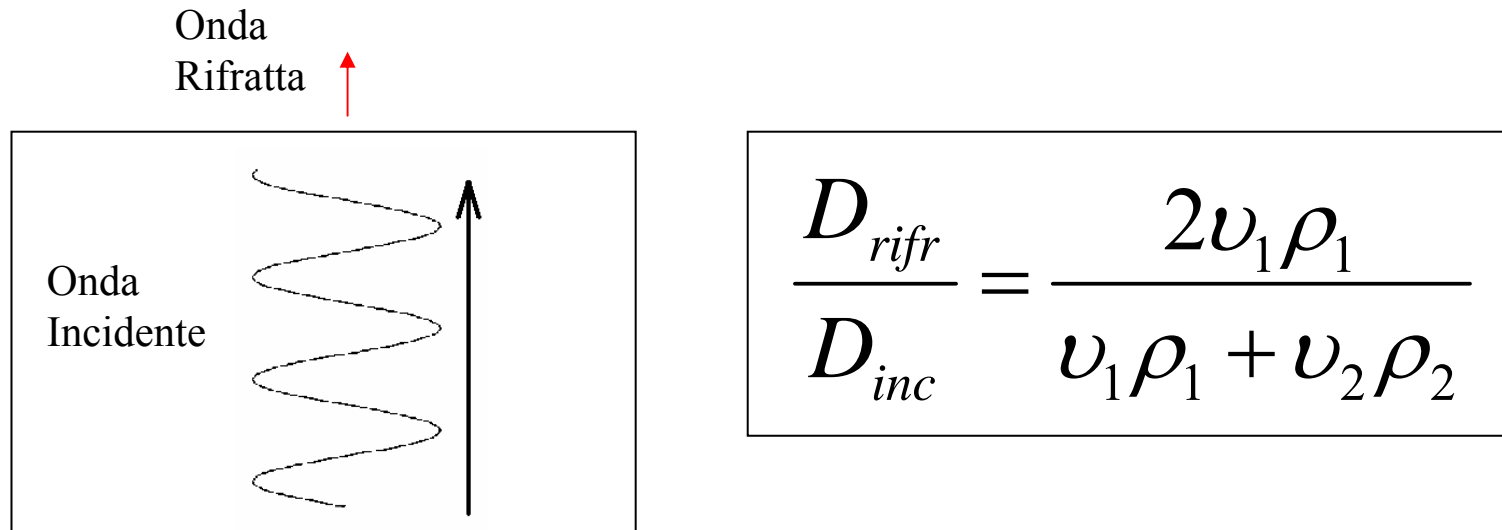
Questo effetto è responsabile della gran parte dei fenomeni di amplificazione locale del moto del suolo durante un terremoto



**Conoscendo  $G$  potremmo prevedere la presenza di fenomeni di amplificazione potenzialmente dannosi!!**



## Un primo effetto è quello detto di Superficie Libera

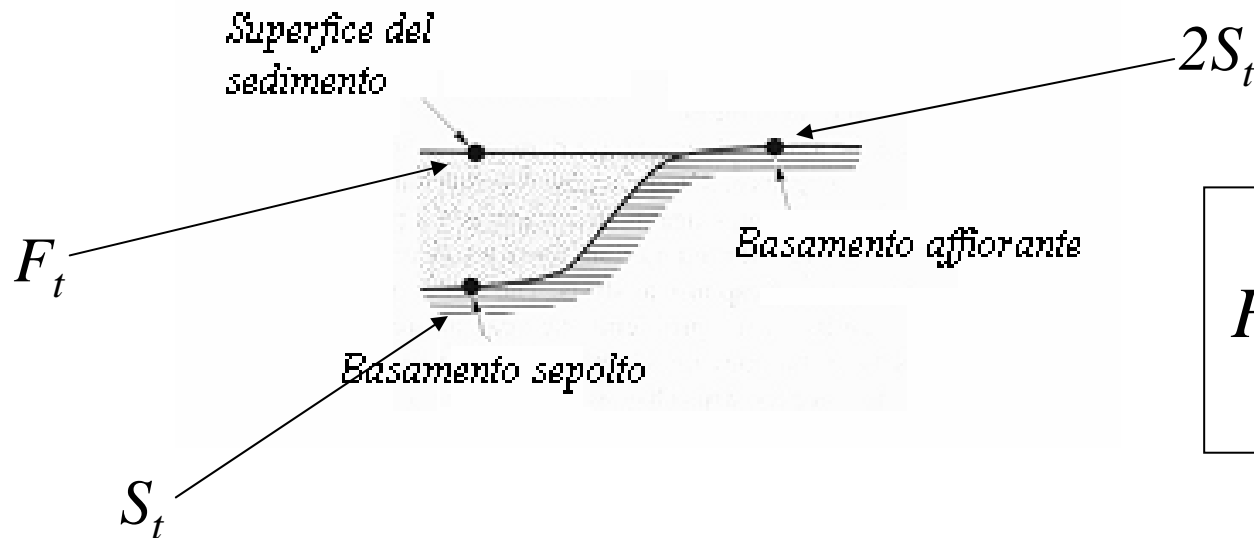


$$\frac{D_{rifr}}{D_{inc}} \approx \frac{2\nu_1\rho_1}{\nu_1\rho_1 + 0} = 2 \rightarrow D_{rifr} = 2D_{inc}$$

Lo spostamento del terreno alla superficie è doppio di quello in profondità ( $F_t=2$ )



A causa dell'effetto di **superficie libera**, la funzione di risposta (o di trasferimento) costruita sulla base del rapporto fra l'ampiezza spettrale alla base dello strato sedimentario e quella alla superficie, sarebbe sempre almeno pari a 2

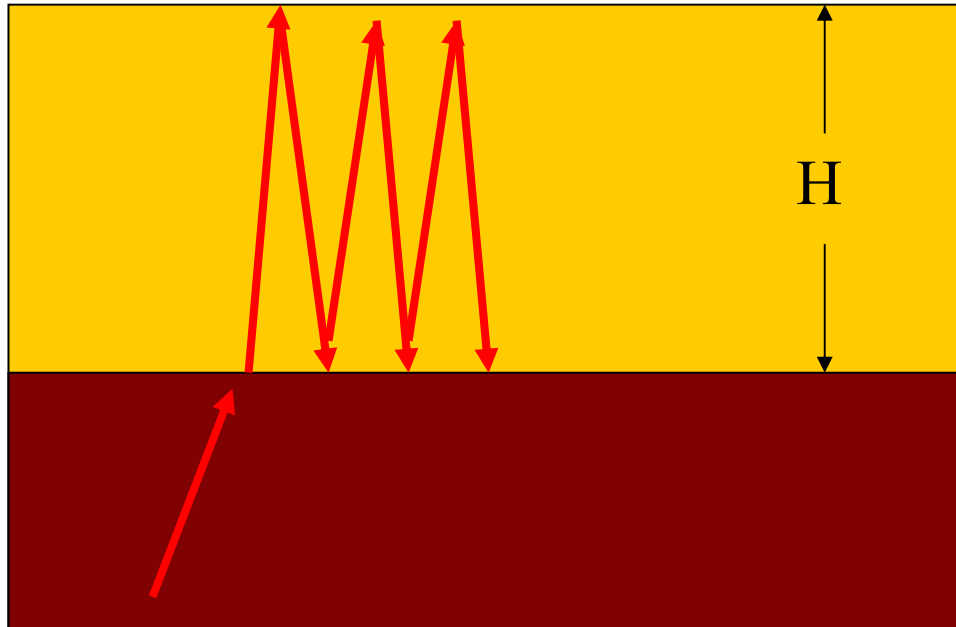


$$FA(\nu) = \frac{\tilde{F}}{2\tilde{S}} = \frac{1}{2} G(\nu)$$

Si preferisce allora definire l'**amplificazione**  $FA$  (Fattore di Amplificazione) come il rapporto fra l'ampiezza dello scuotimento alla superficie dello strato sedimentario e quello che si avrebbe se nello stesso punto ci fosse il **basamento affiorante**

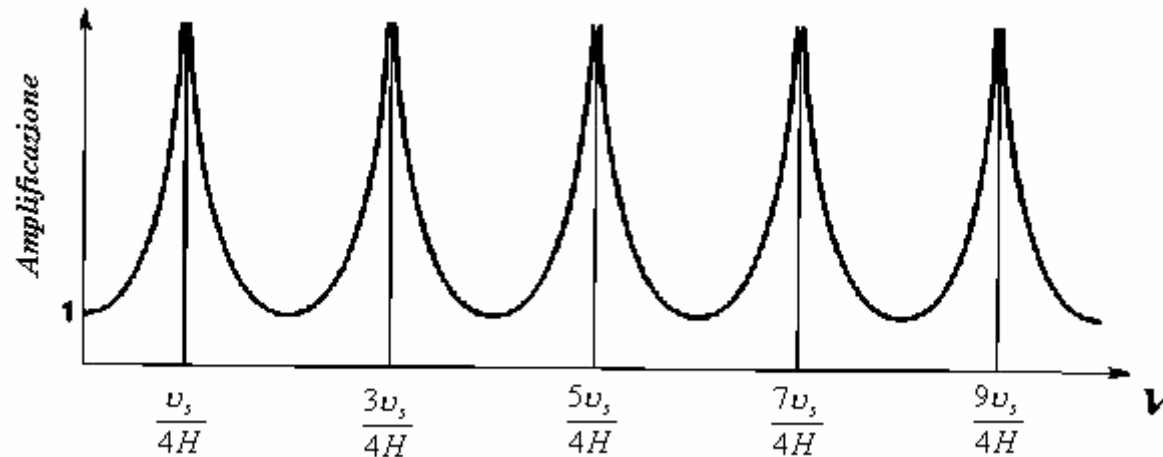


Nel caso di un intrappolamento perfetto



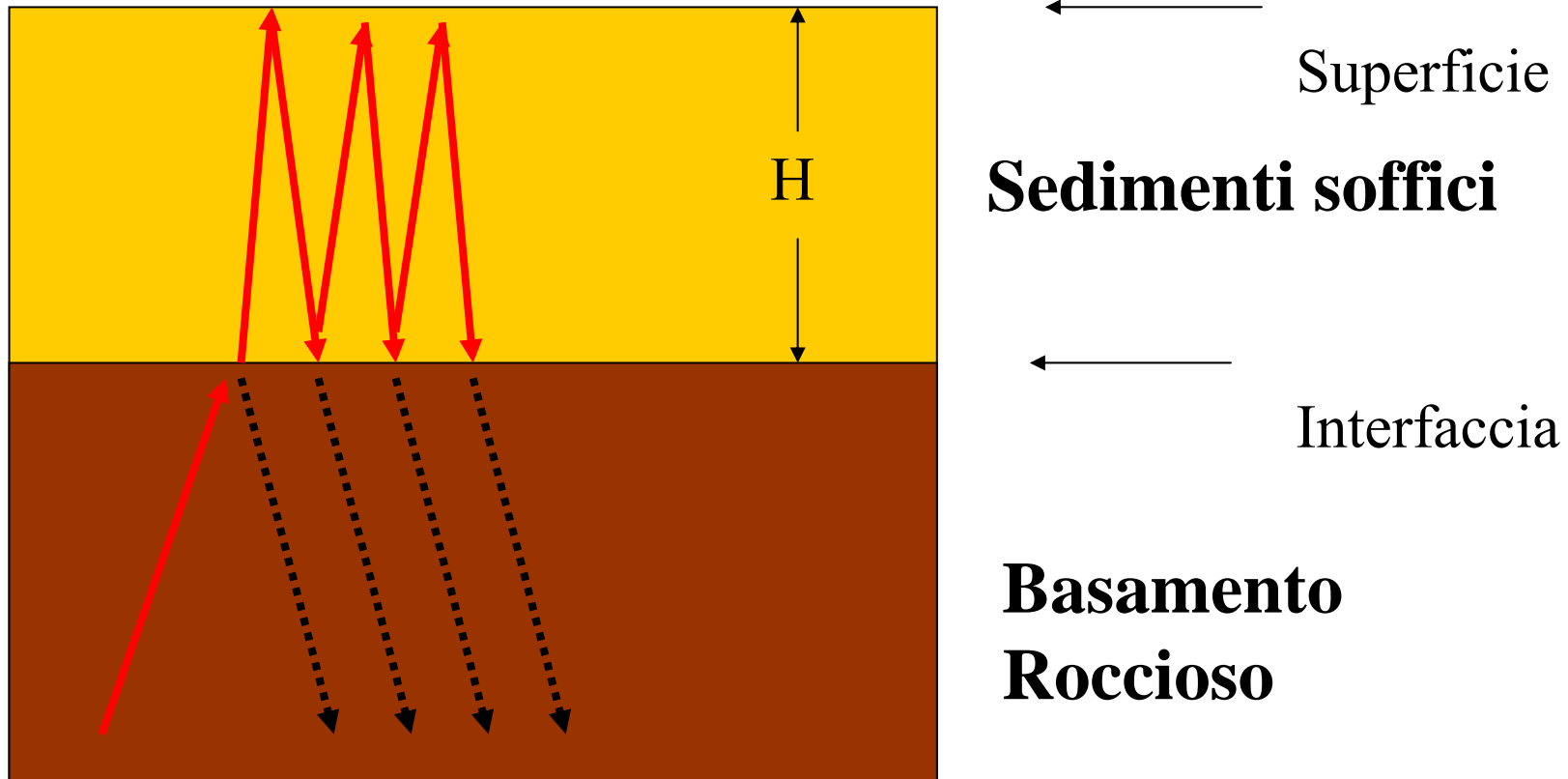
$$\nu = (2n - 1) \frac{v_s}{4H}$$

(n rappresenta il modo di vibrazione)





## Nel caso di un basamento non perfettamente rigido

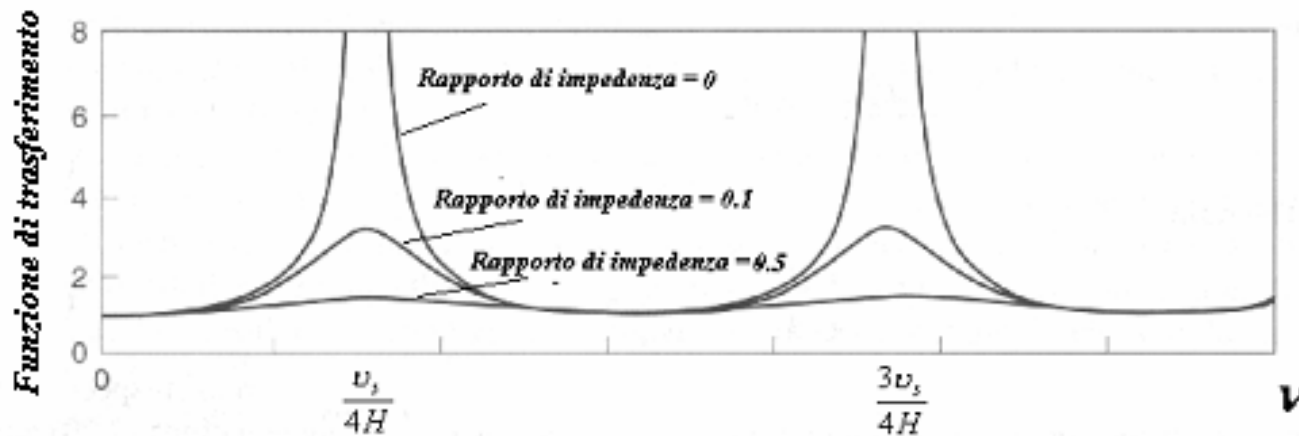


Parte dell'energia intrappolata riesce ad uscire dal sistema



$$FA(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\left(2\pi\nu\frac{H}{v_s}\right) + \left(\frac{\rho_s v_s}{\rho_b v_b}\right)^2 \sin^2\left(2\pi\nu\frac{H}{v_s}\right)}}$$

Amplificazione rispetto  
ad un affioramento  
roccioso





$$FA_{\max} = \frac{\rho_b v_b}{\rho_s v_s}$$

**L'ampiezza dell'effetto massimo dipende da contrasto di impedenza sismica fra basamento e sedimenti**

$$v_0 = \frac{v_s (2n - 1)}{4H}$$

**Frequenza di risonanza. Per n=1 si ha frequenza fondamentale**

$$T_0 = \frac{4H}{v_s (2n - 1)} = \frac{1}{v_0}$$

**Periodo fondamentale di risonanza**



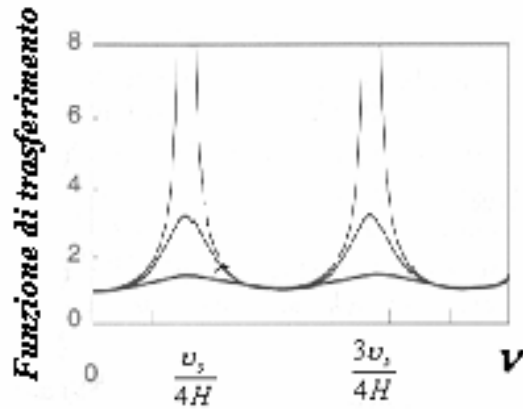
Finora si è assunto che il sedimento sia caratterizzato da un comportamento perfettamente elastico

In realtà, molta parte dell'energia sismica verrà dissipata dal comportamento anelastico del corpo

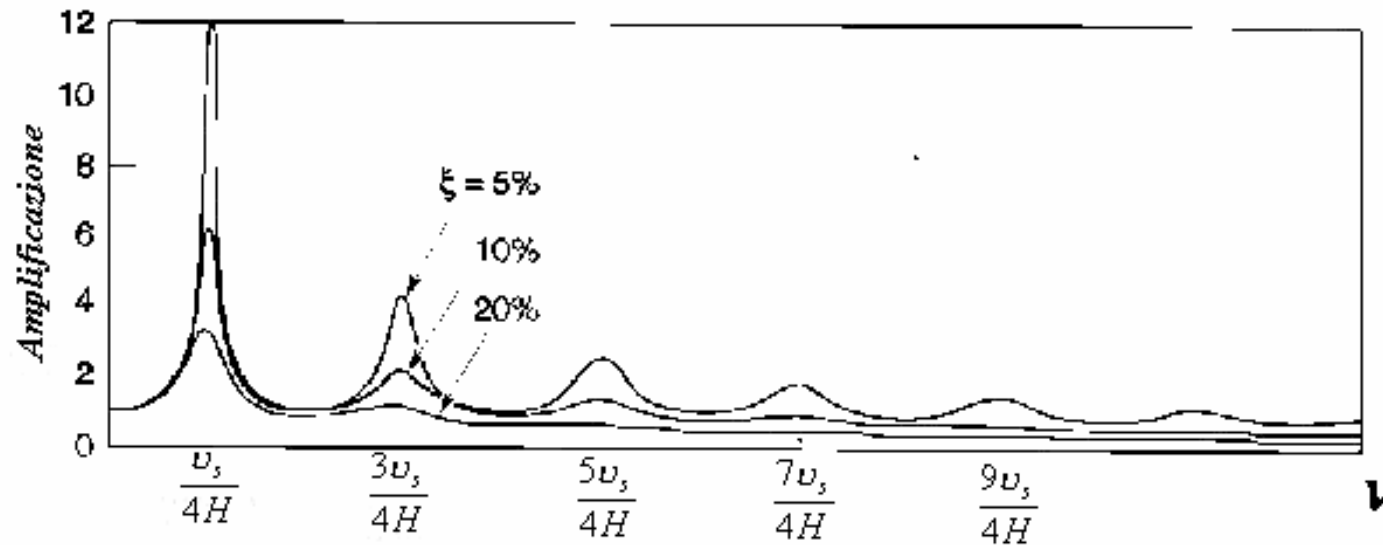
Ci si può aspettare che quanto maggiore sia il numero delle riflessioni fra superficie e basamento, tanto maggiore sia l'attenuazione

Si dimostra che, in questo caso, l'amplificazione diminuisce con il crescere di  $n$

$$FA_{\max} = \frac{1}{\frac{\rho_s \nu_s}{\rho_b \nu_b} + (2n - 1) \frac{\pi}{2} \xi}$$



Caso elastico



Caso  
anelastico

In pratica, l'amplificazione è maggiore al modo fondamentale e diminuisce progressivamente per i modi superiori



Una delle maggiori variazioni delle proprietà elastiche si verifica alla superficie del terreno al contatto fra il suolo e l'aria

In corrispondenza di questa interfaccia, le onde sismiche P ed S (onde di volume) interferiscono in modo complesso dando origine a nuove fasi sismiche: le cosiddette **onde superficiali**

Sono di due tipi: **le onde di Love e le onde di Rayleigh**

Caratteristica comune a questo tipo di onde è il fatto che la loro ampiezza diminuisce esponenzialmente con la profondità

Questo implica che l'energia trasportata da queste fasi è confinata in prossimità della superficie

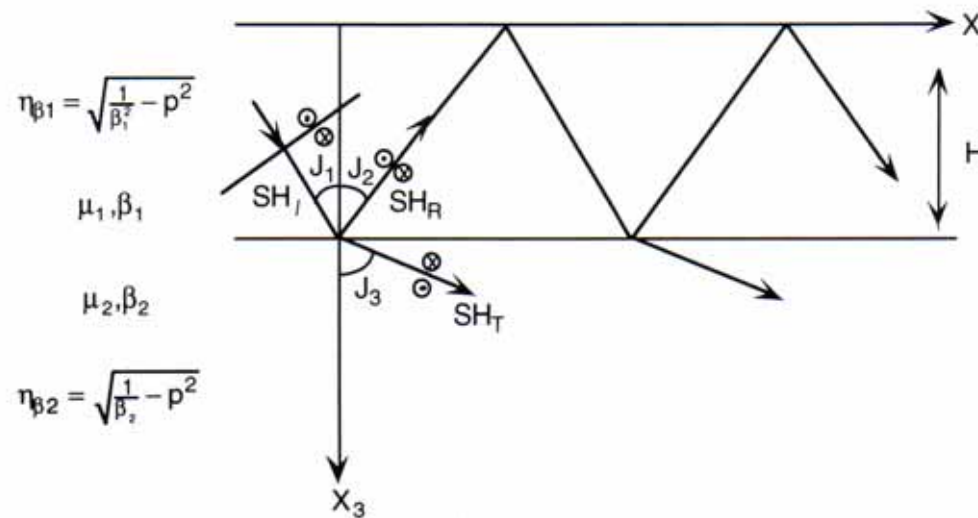
Dato che sono una combinazione di onde S e P, queste onde hanno velocità di fase simili alla fase più lenta (Onde S)

In buona approssimazione  $V_r \approx 0.9 V_s$



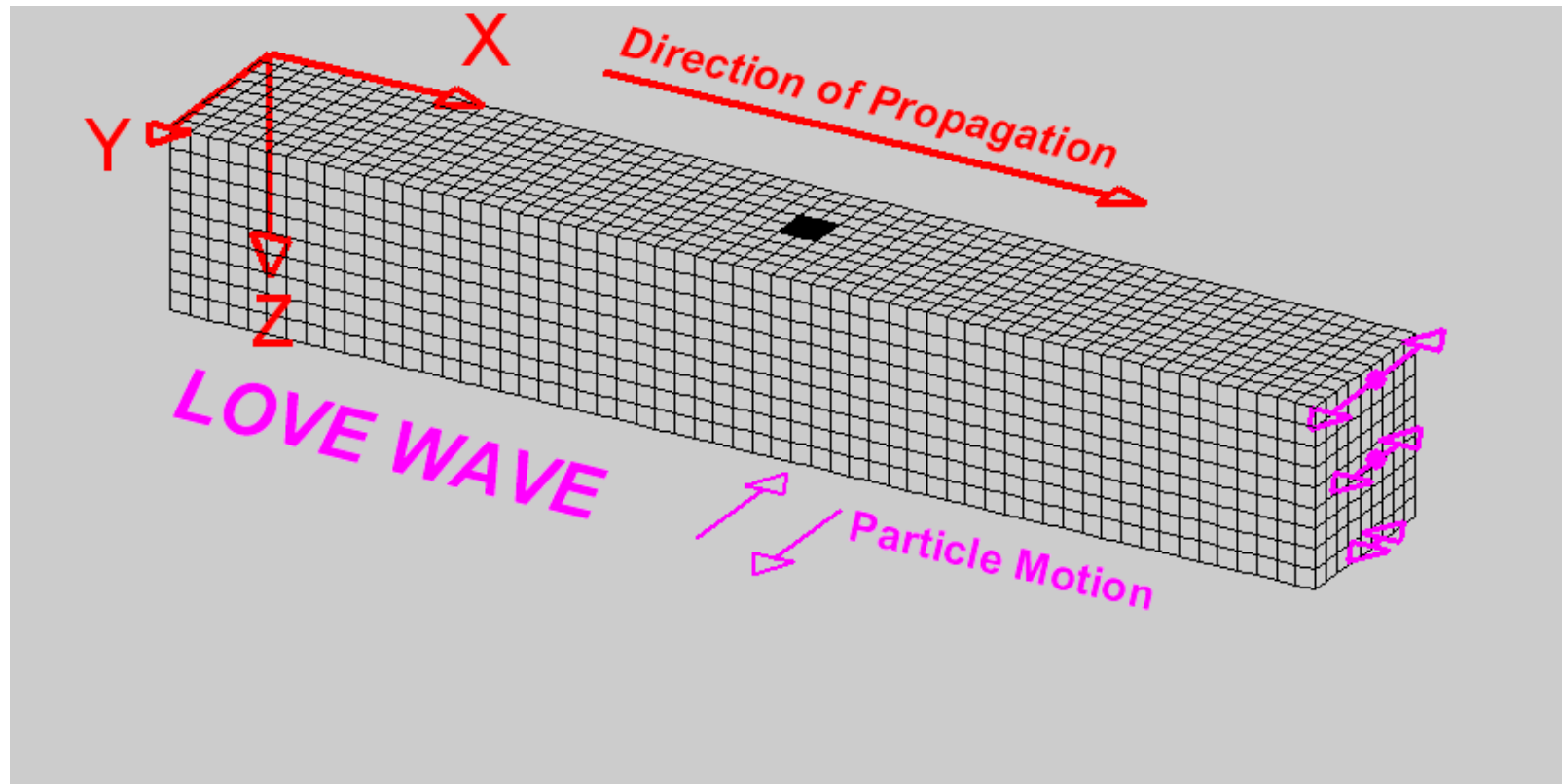
## Onde di Love

Sono generate dall'interferenza costruttiva di onde S (SH ovvero onde S polarizzate orizzontalmente) soggette a riflessioni multiple fra la superficie del suolo e una superficie in profondità che separa due materiali a diversa velocità





Si tratta di onde polarizzate linearmente sul piano orizzontale lungo una direzione trasversale a quella di propagazione



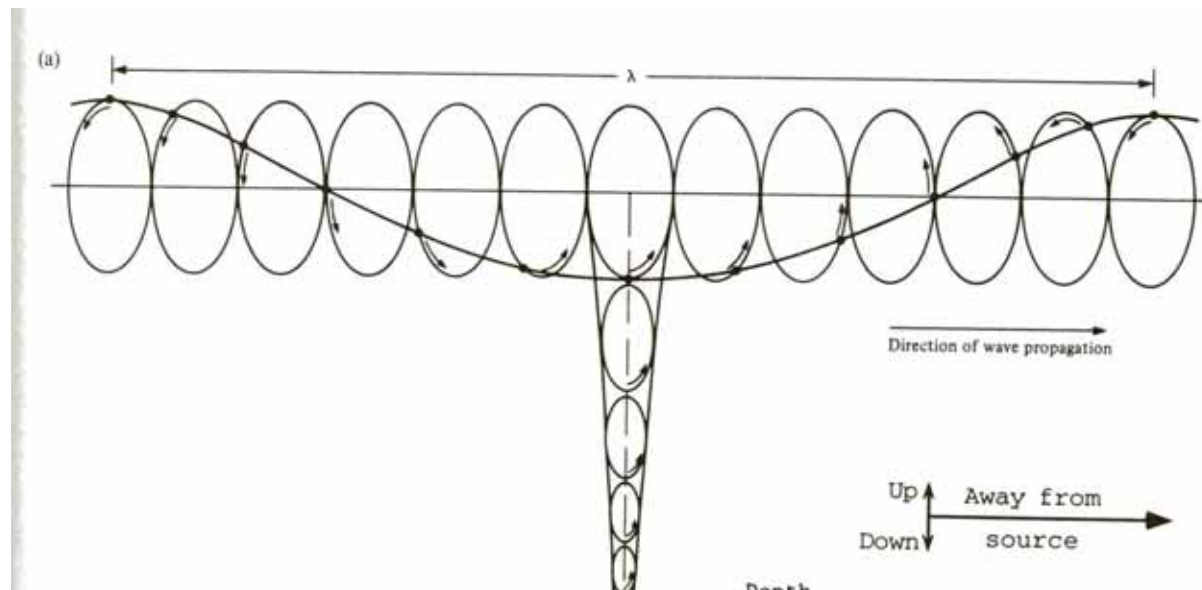
La loro presenza è condizionata dall'esistenza di una superficie di separazione fra due mezzi diversi in profondità

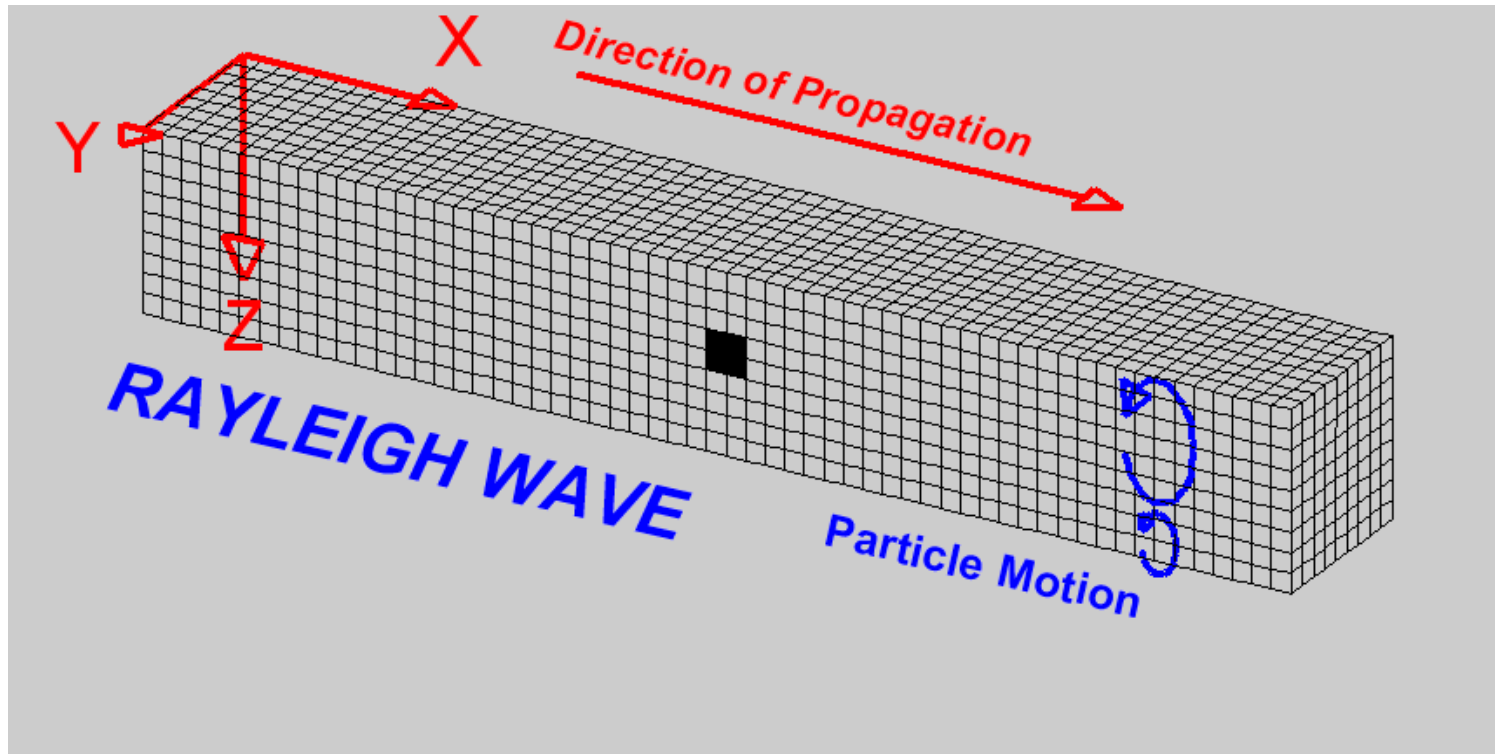


## Onde di Rayleigh

Sono generate dall'interferenza costruttiva di onde P e onde Sv (onde S polarizzate sul piano verticale) incidenti sulla superficie libera del terreno

Sono onde con polarizzazione ellittica su un piano verticale parallelo alla direzione di propagazione (ground roll)

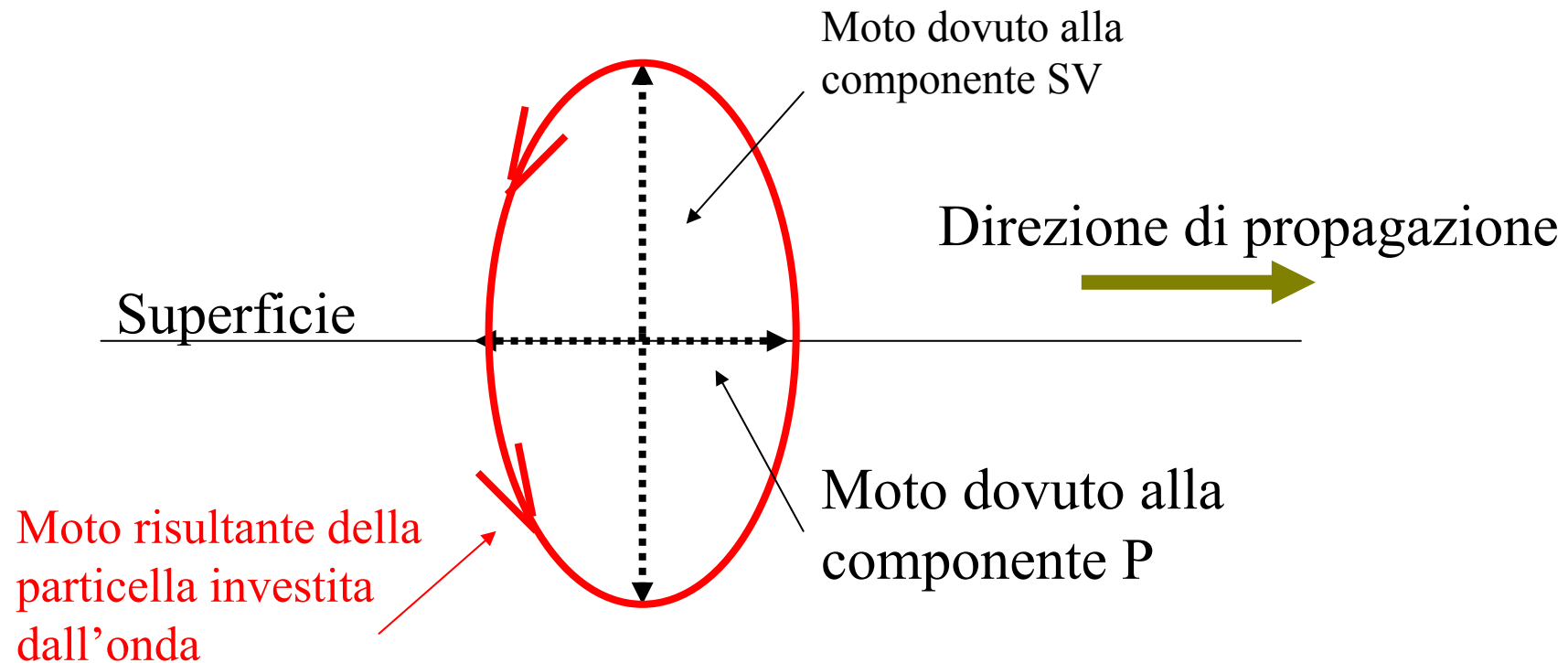




Se il moto avviene alla superficie di un semispazio, il moto della particella è retrogrado



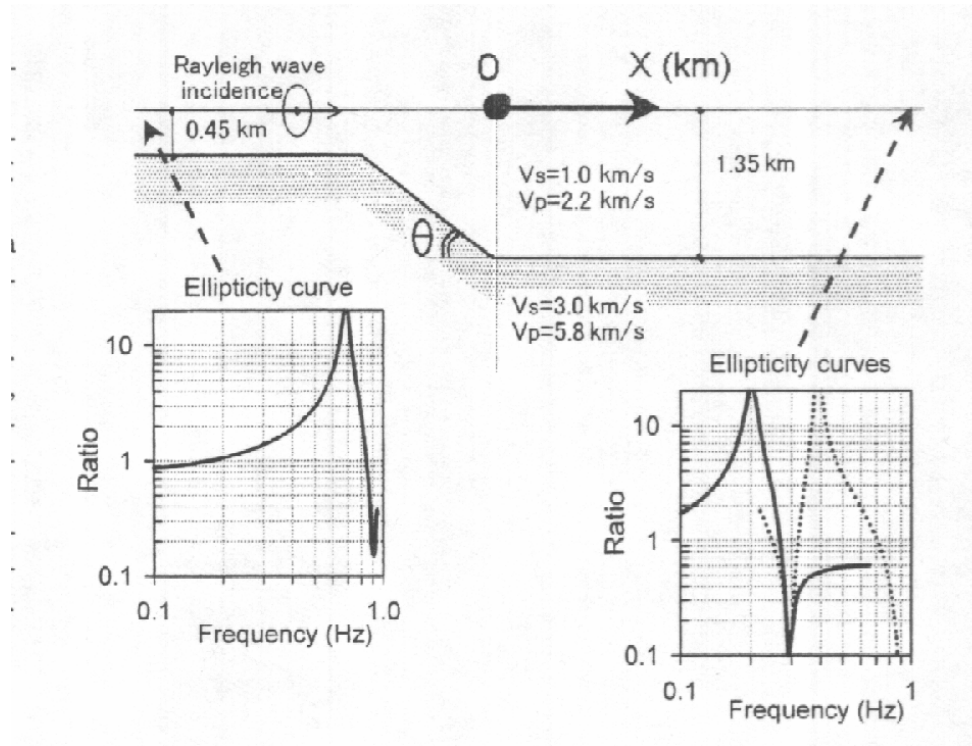
Mentre le onde di Love provocano solo movimenti orizzontali, (sono essenzialmente delle onde SH canalizzate) le particelle investite da un'onda di Rayleigh, si muovono sia in direzione verticale che orizzontale seguendo una traiettoria ellittica (polarizzazione ellittica)



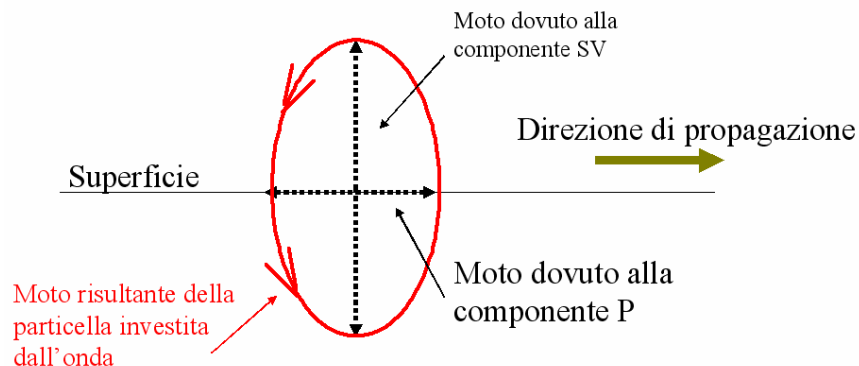
Il rapporto fra le componenti orizzontale e verticali del moto (rapporto H/V o ellitticità) dipende dalle caratteristiche della sorgente e da quelle del del del sottosuolo



Il rapporto H/V delle onde di Rayleigh dipende dalla struttura del sottosuolo ed in particolare dal profilo di velocità delle onde S



Il particolare, in corrispondenza della frequenza **fondamentale di risonanza** per le onde S, la componente verticale del moto si annulla rendendo molto grande il rapporto fra componente orizzontale del moto e componente verticale (rapporto H/V)

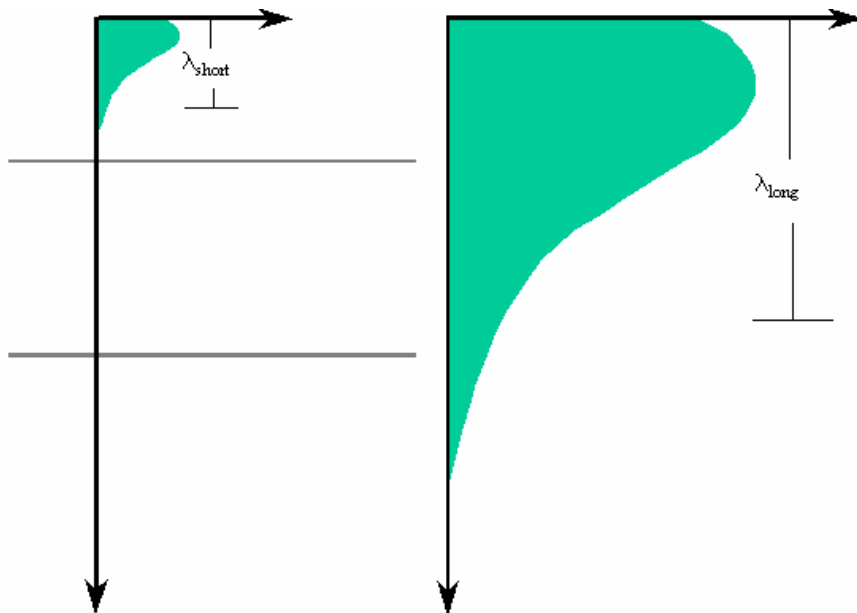




## Onde Superficiali

La profondità ( $h$ ) della struttura interessata dall'onda superficiale dipende dalla lunghezza d'onda della perturbazione

In particolare, all'aumentare della lunghezza d'onda  $\lambda$ , aumenta la **profondità** della parte interessata dalla perturbazione



Ma la lunghezza d'onda è legata al periodo  $T$  dell'onda mediante la relazione

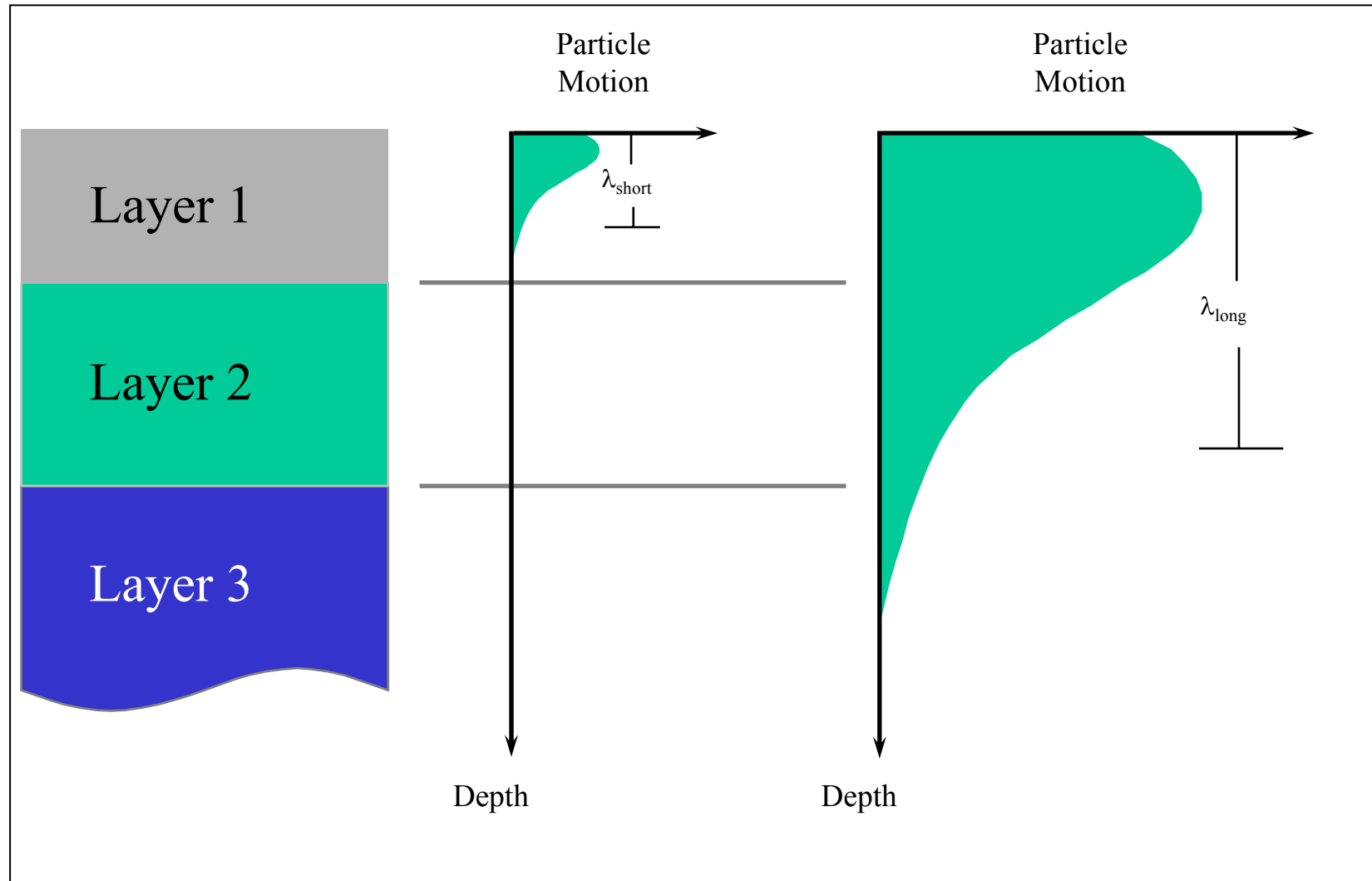
$$\lambda = V \cdot T$$

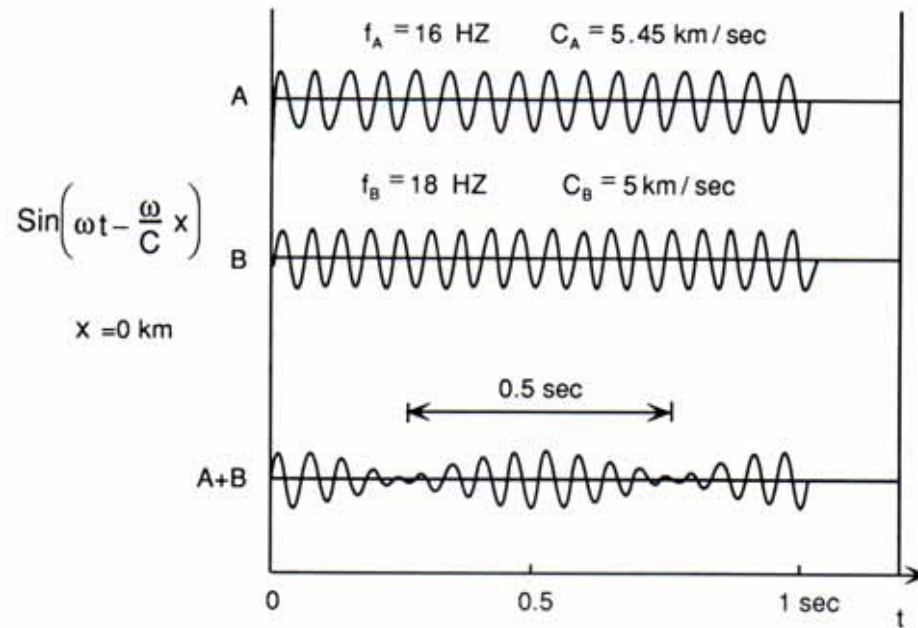
Quindi, a parità di velocità ( $V$ ), la profondità  $h$  cresce all'aumentare del periodo ( $h \approx \lambda/2$ )

In pratica, al crescere del periodo, aumenta la sensibilità dell'onda a caratteristiche del terreno sempre più profonde



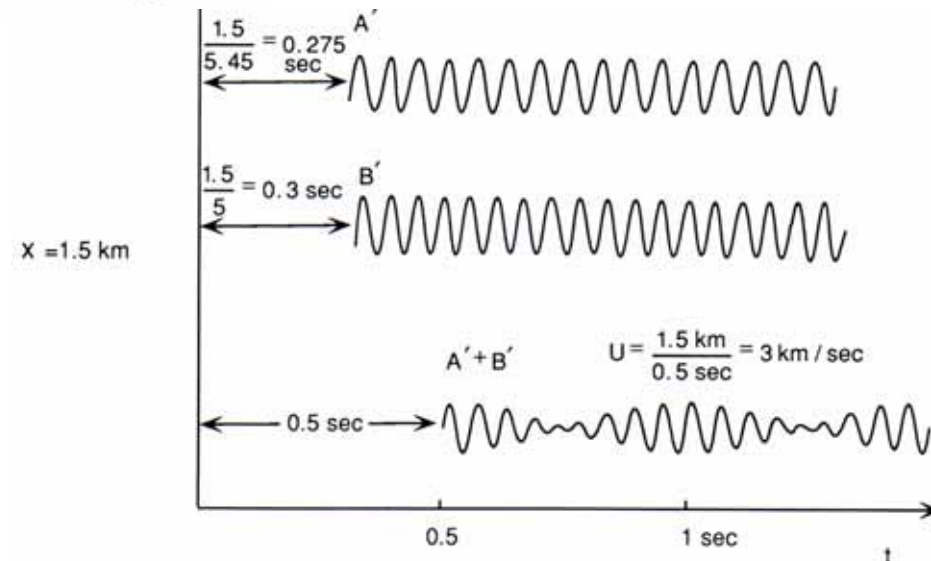
Lo strato coinvolto nella propagazione delle onde di Reyleigh dipende dalla lunghezza d'onda ( $h$  circa  $0.3-0.5\lambda$ )





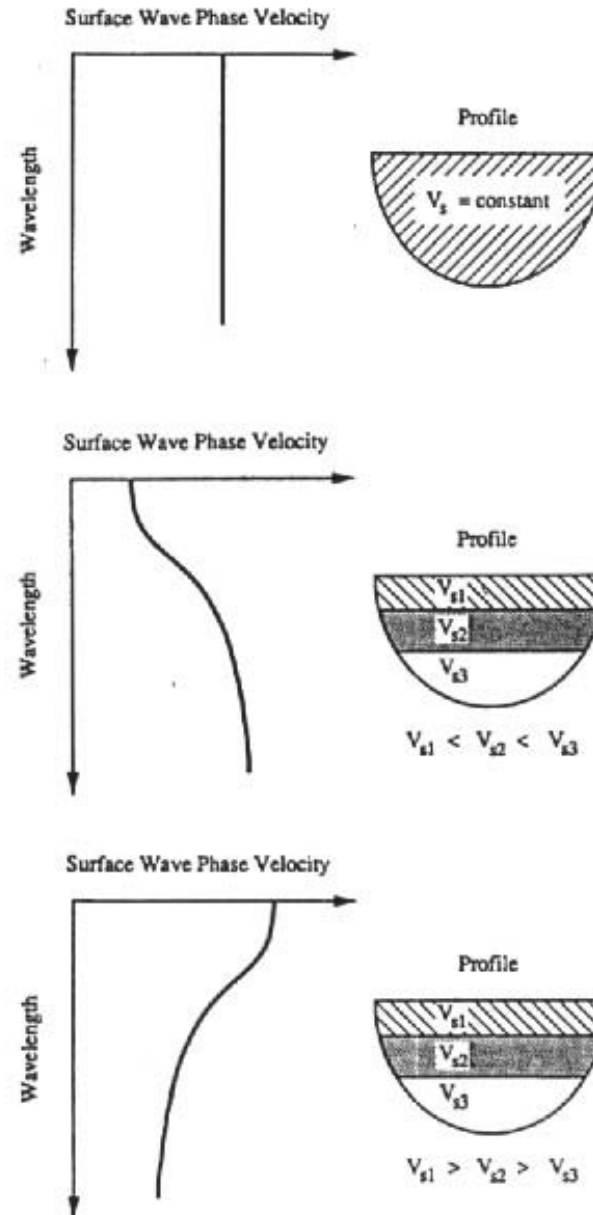
Le onde che viaggiano con velocità diverse interferiscono fra loro

Il risultato è che il massimo dell'energia trasportata viaggia a velocità diversa (**velocità di gruppo**) da quella delle singole fasi (**velocità di fase**)



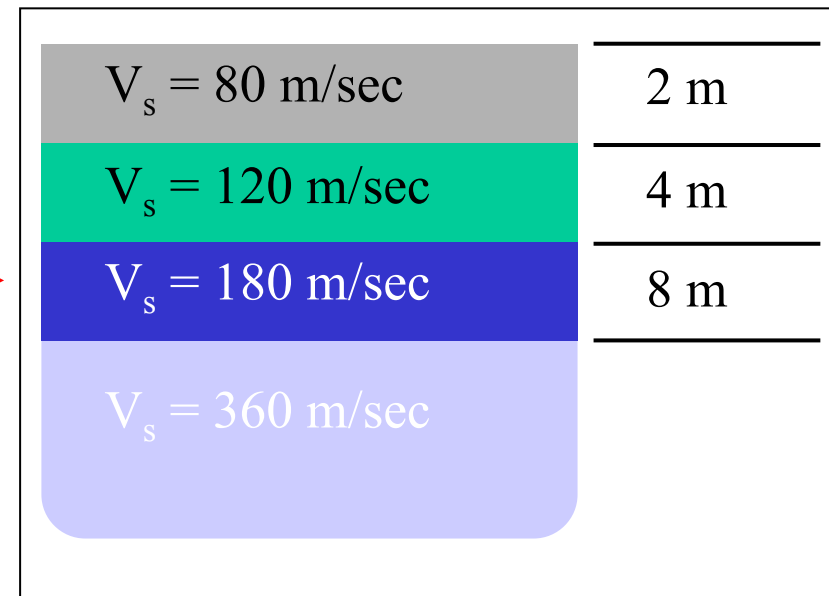
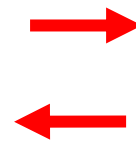
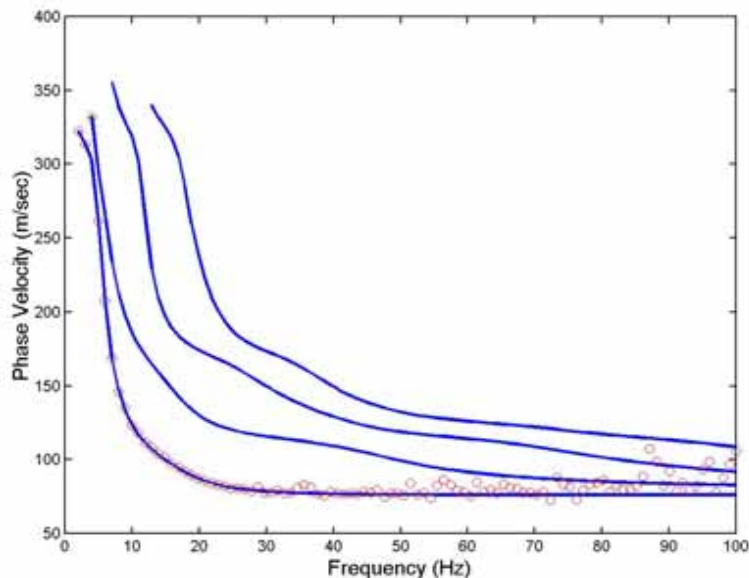


L'andamento delle velocità di fase in funzione della lunghezza d'onda o della frequenza (o del periodo) è detta **curva di dispersione**





**In presenza di stratificazione orizzontale, la velocità apparente delle onde di Rayleigh dipende dalla frequenza (o dalla lunghezza d'onda o dal periodo)**



**Pertanto, studiando la curva di dispersione è possibile risalire alla stratificazione in termini di  $V_s$  (e  $V_p$  anche se la sensibilità è minore)**



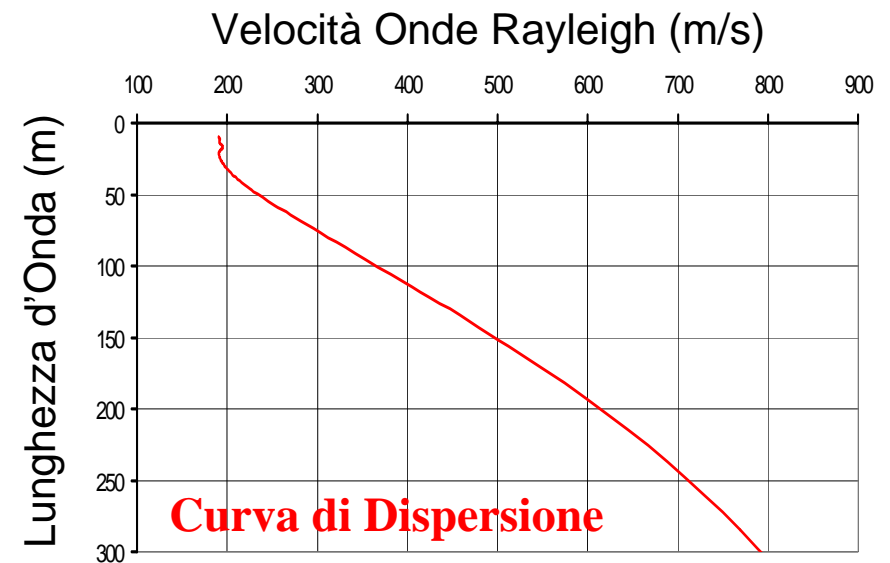
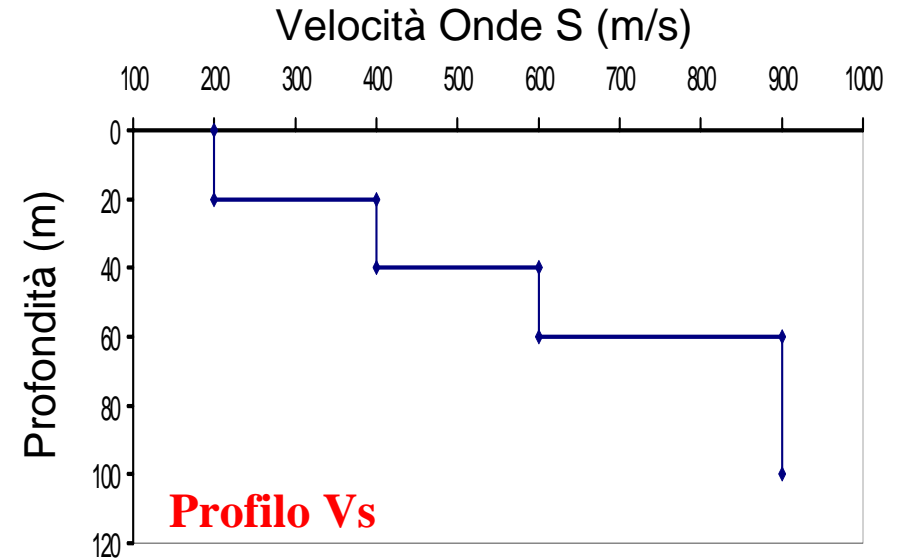
## Onde di Rayleigh

Se le proprietà del terreno cambiano con la profondità, la velocità dell'onda superficiale cambia con il periodo

### Curva di Dispersione

$$V_R = f(\lambda) \text{ o } V_R = f(f) \text{ o } V_R = f(T)$$

L'andamento della curva di dispersione ci fornisce informazioni sull'andamento in profondità delle proprietà meccaniche





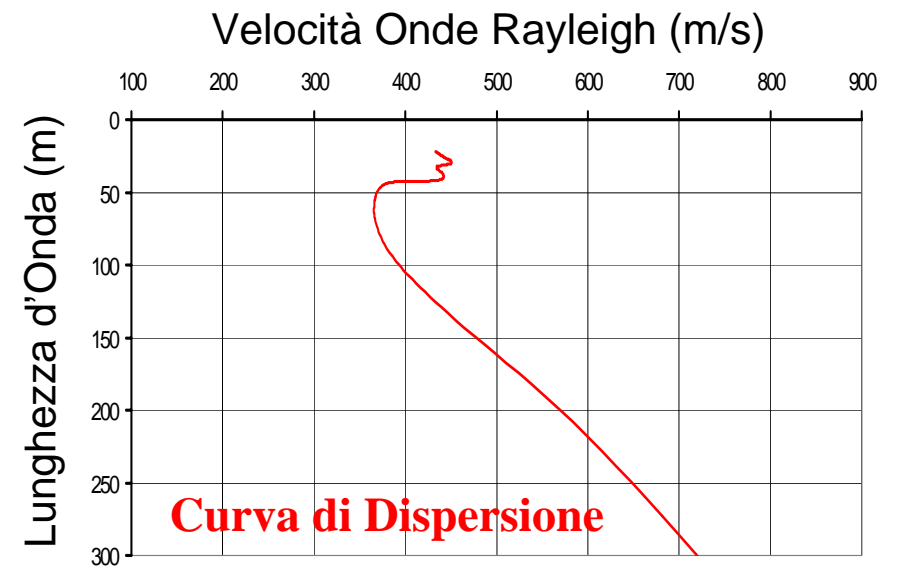
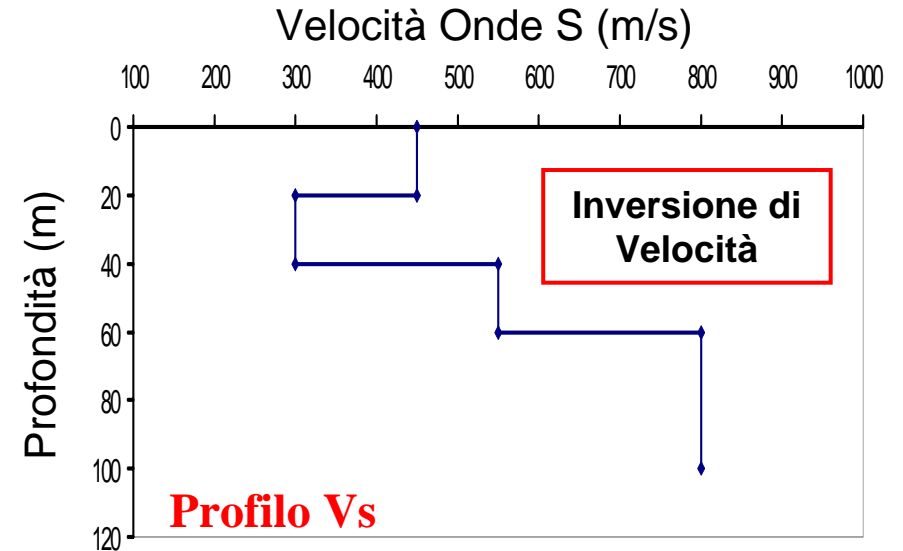
## Onde di Rayleigh

Se le proprietà del terreno cambiano con la profondità, la velocità dell'onda superficiale cambia con il periodo

### Curva di Dispersione

$$V_R = f(\lambda) \text{ o } V_R = f(f) \text{ o } V_R = f(T)$$

L'andamento della curva di dispersione ci fornisce informazioni sull'andamento in profondità delle proprietà meccaniche



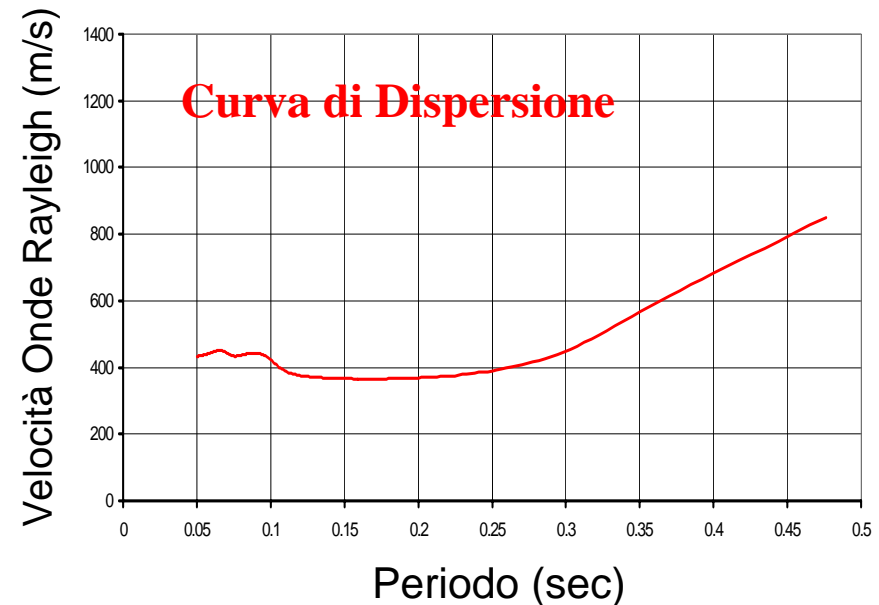
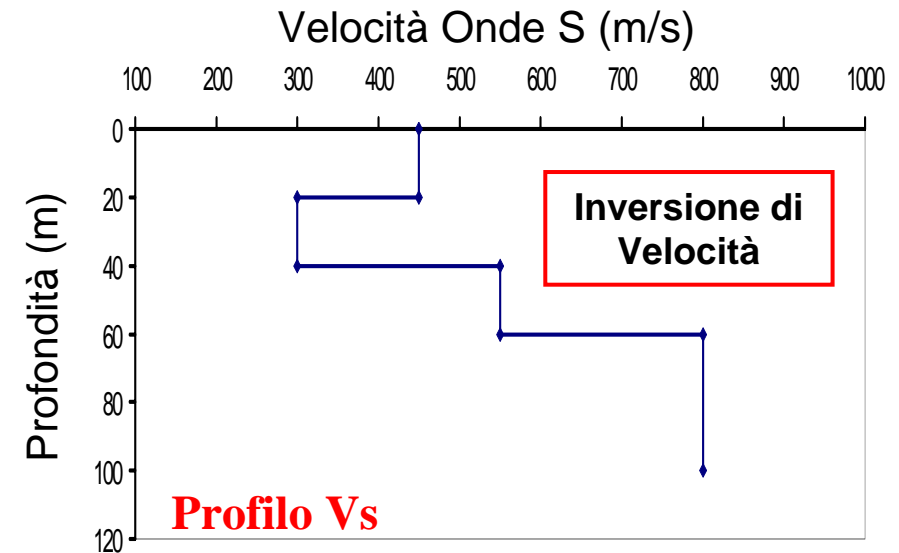
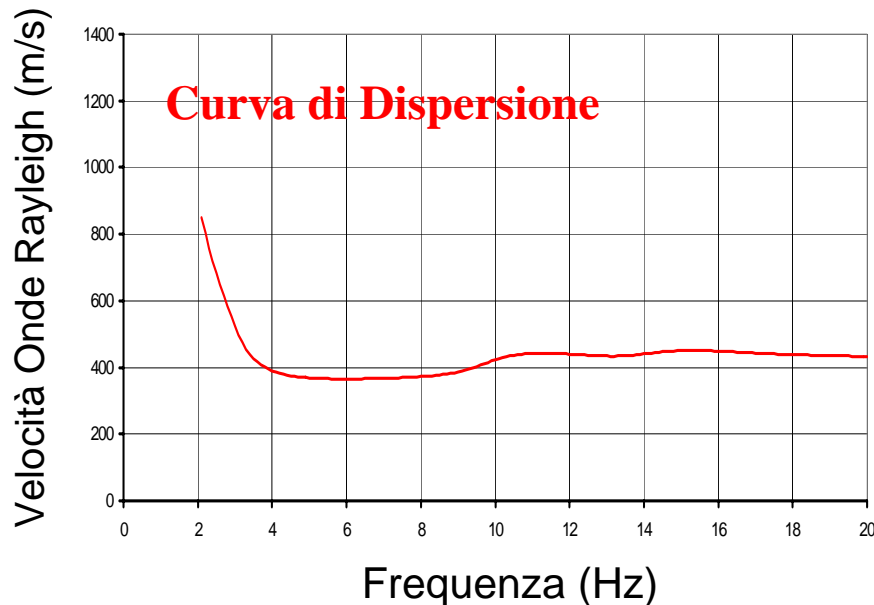


# Onde di Rayleigh

Se le proprietà del terreno cambiano con la profondità, la velocità dell'onda superficiale cambia con il periodo

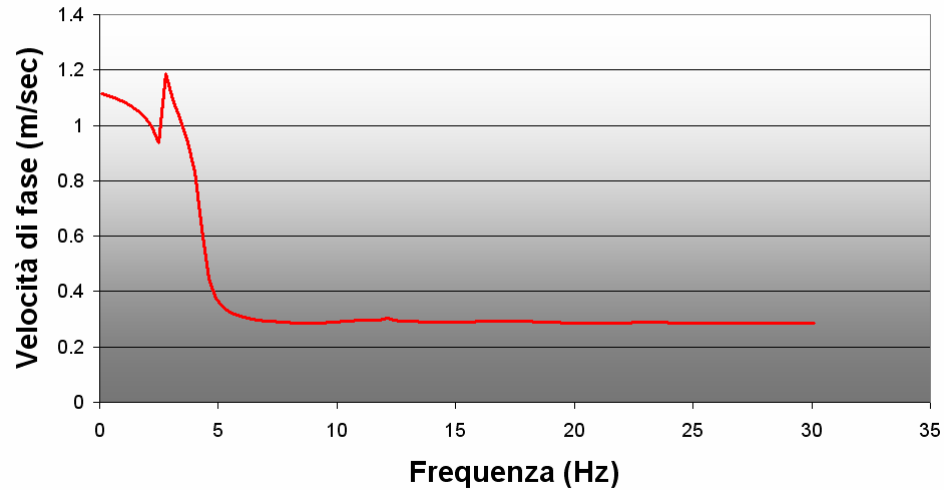
## Curva di Dispersione

$$V_R = f(\lambda) \text{ o } V_R = f(f) \text{ o } V_R = f(T)$$



# Esempio 1

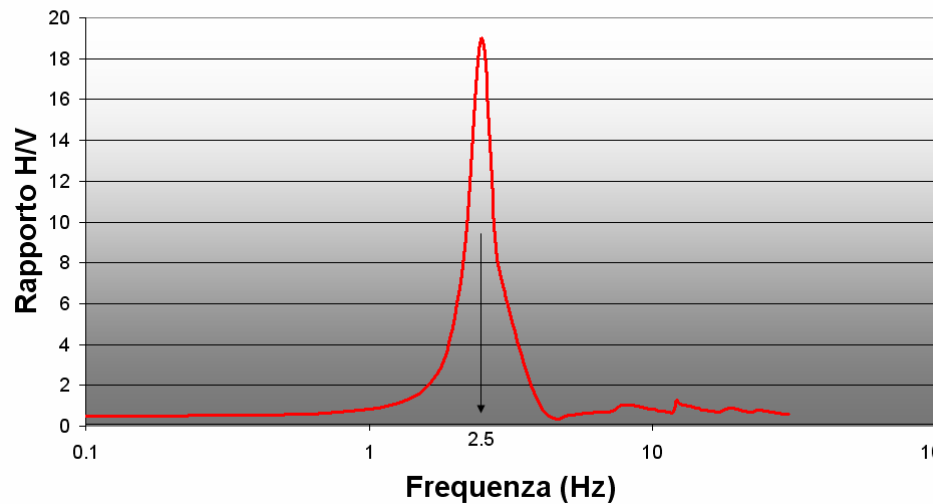
Curva di dispersione (Rayleigh)



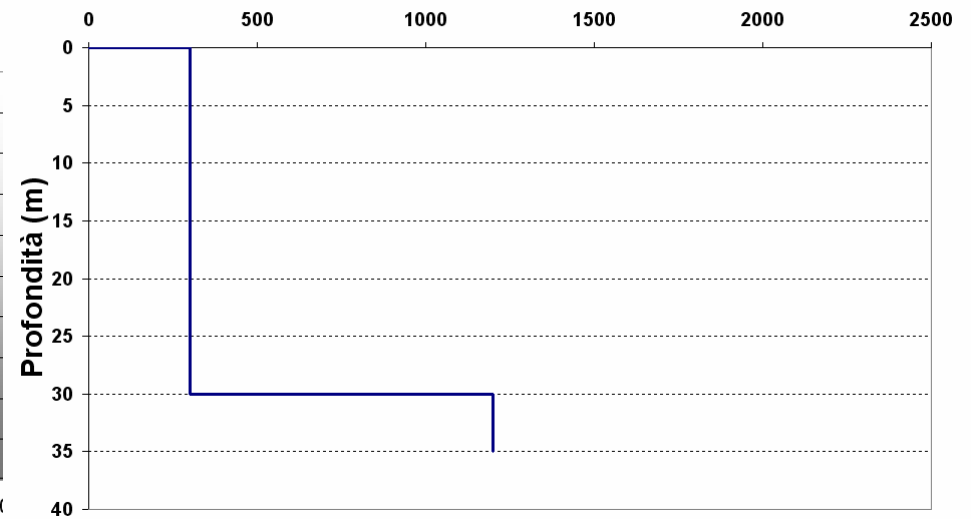
Copertura soffice ( $V_s=300$  m/s)  
di spessore 30 m su substrato  
rigido ( $V_s=1200$  m/s)

$$v_1 = \frac{v_s}{4H} = 2.5 \text{ Hz}$$

Ellitticità (H/V)

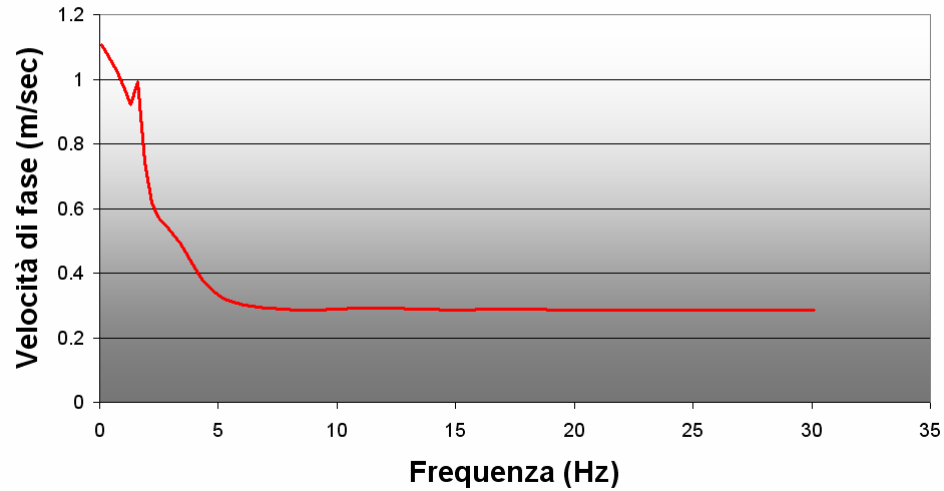


Velocità delle onde S (m/sec)



# Esempio 2

Curva di dispersione (Rayleigh)



Strato 1:  $H=30$ ,  $V_s=300$

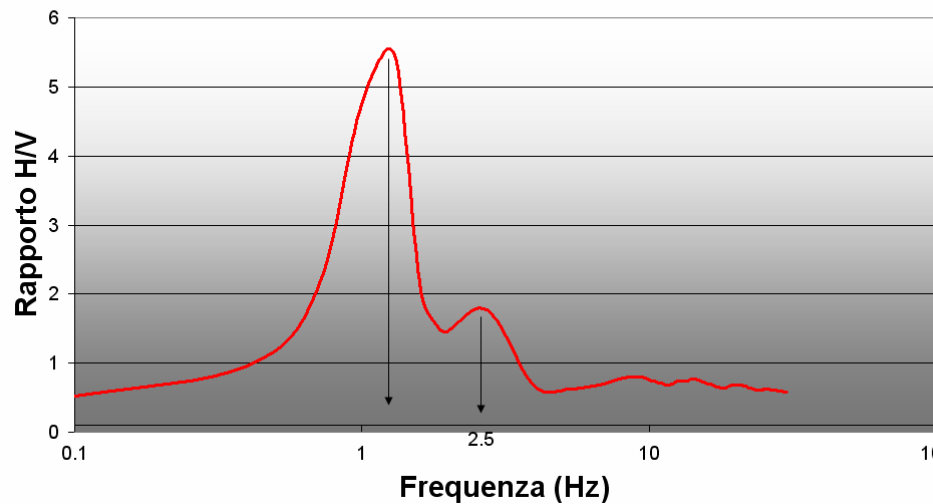
Strato 2:  $H=70$ ,  $V_s=600$

Substrato :  $V_s=1200$

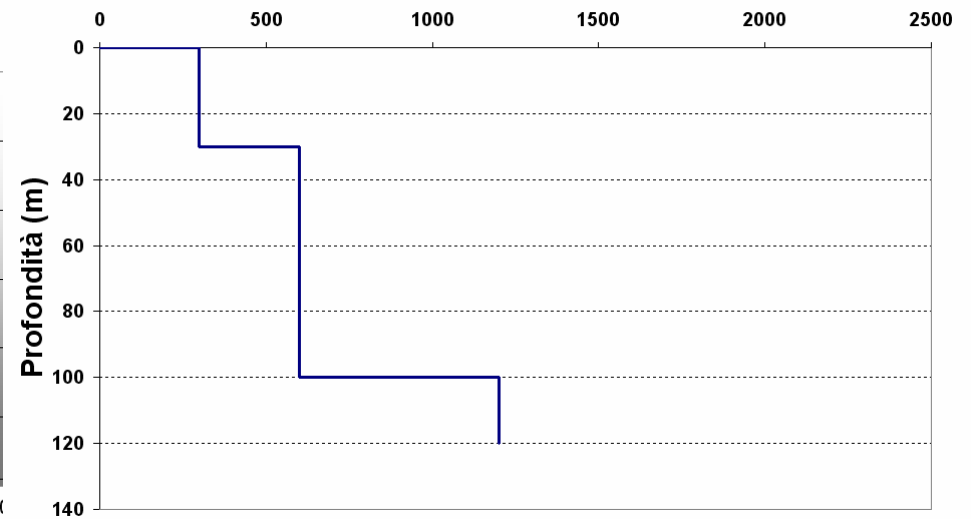
$$v_1 = \frac{v_s}{4H} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$v_2 = \frac{\bar{v}_s}{4H} = 1.15 \text{ Hz}$$

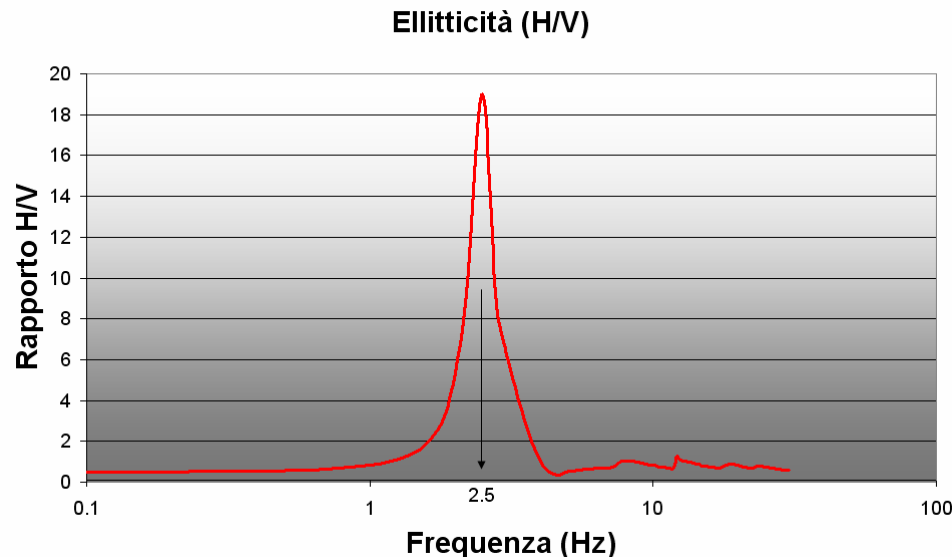
Ellitticità (H/V)



Velocità delle onde S (m/sec)

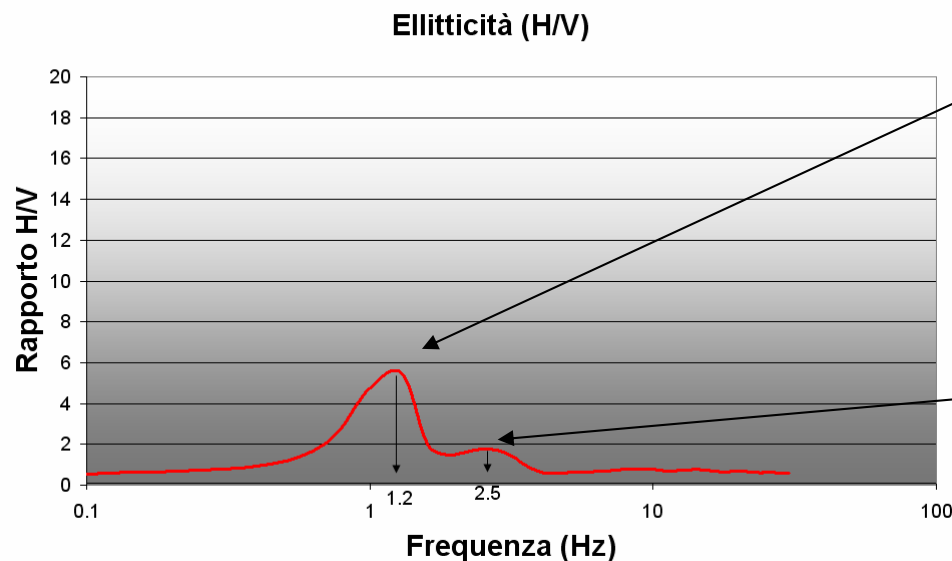


Si noti che esiste una certa proporzionalità (tutt'altro che lineare) fra l'entità del rapporto di impedenza fra strato risonante e substrato e l'ampiezza massima della funzione di ellitticità



$$v_1 = \frac{v_s}{4H} = \frac{300}{4 \cdot 30} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$FA_{\max} = \left( \frac{\rho_b v_b}{\rho_s v_s} \right) = \left( \frac{2000 \cdot 1200}{1800 \cdot 300} \right) = 4.4$$



$$v_2 = \frac{\bar{v}_s}{4H} = 1.2 \text{ Hz}$$

$$FA_{\max} = \left( \frac{\rho_b v_b}{\bar{\rho}_s \bar{v}_s} \right) = \left( \frac{2000 \cdot 1200}{1900 \cdot 480} \right) = 2.6$$

$$v_1 = \frac{v_s}{4H} = \frac{300}{4 \cdot 30} = 2.5 \text{ Hz}$$

$$FA_{\max} = \left( \frac{\rho_b v_b}{\rho_s v_s} \right) = \left( \frac{1900 \cdot 600}{1800 \cdot 300} \right) = 2.1$$



Altra caratteristica importante delle onde superficiali è il fatto per ciascuna di esse sono possibili diversi **modi** di vibrazione

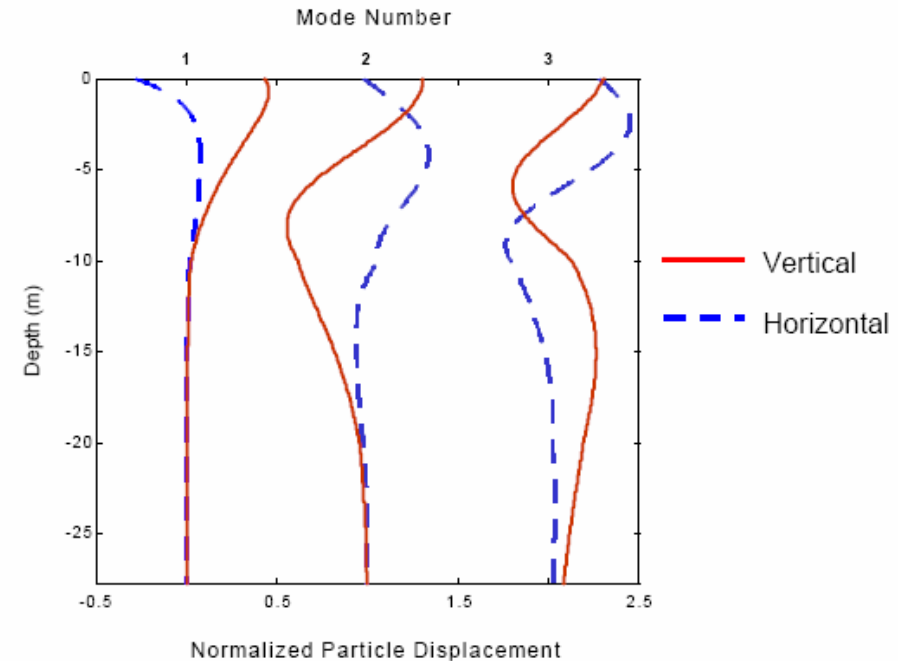
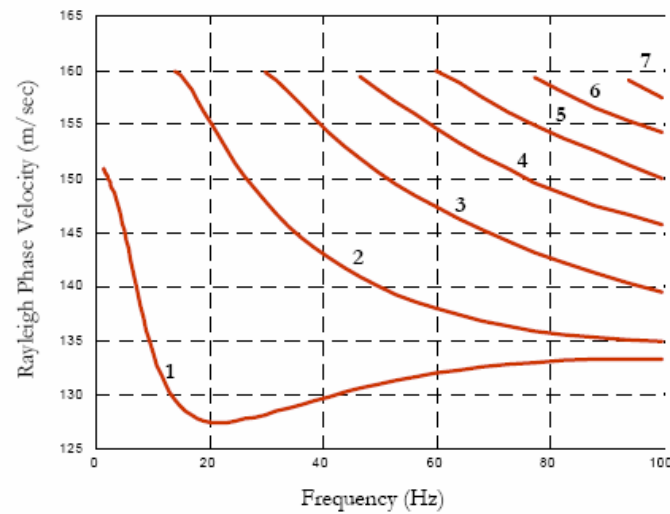
In pratica, possono ad una data frequenza di vibrazione possono esistere diverse onde di Rayleigh e di Love che viaggiano nello stesso mezzo a velocità diverse

In mezzi caratterizzati da un aumento graduale della velocità in funzione della profondità (mezzi normalmente dispersivi) solo il primo modo di vibrazione (modo fondamentale) trasporta quantità significative di energia

In altri casi però, diversi modi di vibrazione possono contribuire al trasporto di energia



## Esempi di propagazione modale relativi ad onde di Rayleigh



Nel caso di un substrato costituito da una pila di strati tutti omogenei al loro interno ma diversi fra loro, il numero di modi di propagazione è discreto